Gläser Zersingen

Mike Wilbert, Christoph Ringkamp, Daniel Alcalde Puente, Marvin Bachert

http://bit.ly/Gläser_Zersingen

Video: Verschiedene Schwingungsmoden

Einleitung

Eine **Sopranistin** hält ein Glas in der Hand. Sie singt einen langen Ton. Das **Glas zerspringt**. Wer kennt nicht diese durch die Populärmedien verbreitete Szene?

Nun haben wir uns gefragt, wie viel **Wahrheit** in diesem **Mythos** liegt. Dazu betrachten wir **4** verschiedene **Kristallgläser**, die wir mit ihrer **Resonanzfrequenz** zum **Schwingen** brachten und führten die beiden unten beschriebenen Versuche durch. Aufgrund der Standhaftigkeit der Gläser konnten leider keine Variationen der Versuchsbedingungen durchgeführt werden.

Grundlagen

Weingläser, wie viele andere physikalische Systeme **transformieren** mechanische **Energie** in eine **Schwingung**. Diese Schwingung erzeugt eine **stehende Welle** im Glas, die durch Kontakt mit der Luft einen **Ton** erzeugt. Die **Frequenz** der Schwingung hängt nur von der **Form** und **Größe** des Glases ab. Energie wird durch einen einfachen **Stoß** in das System transportiert oder auch von einer **externen Tonquelle**, die das System genau mit der richtigen Frequenz anregt, hervorgerufen. Wenn die **hinzugefügte Energie** pro Schwingung größer als die durch **Dämpfung verlorene** ist, tritt eine **Resonanzkatastrophe** ein und das **Glas zerbricht**.

Theorie

Bei der Herleitung werden wir **annehmen**, dass das Glas beliebig **dehnbar** und **elastisch** ist. Dies wird dann von der **Helmholzgleichung** beschrieben:

$$\Delta A(\vec{r}) = \frac{1}{c_o^2}\frac{\partial^2 A(\vec{r})}{\partial t^2}$$

Das Glas wird konstruiert, indem wir eine **Kugelhälfte** und einen **Zylinder** zusammenkleben. Für den Zylinder lösen wir die DGL in Zylinderkoordinaten (**Φ**,**z**) und die Kugel in Kugelkoordinaten (**Φ**, **Θ**). Durch geschicktes Drehen und die Forderung von Stetigkeit und Erfüllung der DGL am Punkt **Θ=0 z=0** lässt sich folgern:

$$A(\vec{r}) := \begin{cases} A_0 \sin(\omega\cdot t)\sin(m\cdot\phi)\cos(k\cdot z) & 0 < z \\ \frac{A_0}{P_l^m(0)}\sin(\omega\cdot t)\sin(m\cdot\phi)P_l^m(\sin\theta) & 0<\theta<\pi \end{cases}$$

Mit $\omega = \frac{\sqrt{l(l+1)}}{R}c_o$ und $k = \sqrt{\frac{l(l+1)-m^2}{R^2}}$, $l, m \in \mathbb{N}$ zur Auswahl muss gelten $\begin{matrix} l \text{ gerade} \Rightarrow m \text{ gerade} \\ l \text{ ungerade} \Rightarrow m \text{ ungerade}\end{matrix}$ und $l > m$.

Die **Herleitung** für die Schwingung der Kugel ist sehr **ähnlich** zu der der **Kugelflächenfunktionen**, daher tauchen die **assoziierten Legendrepolynome** $P_l^m(\mu)$ auf. Unsere letztendliche Schwingung ist eine **Überlagerung** der verschieden **Moden**, das heißt ,wenn wir z.B. **l=4** wählen, ergibt sie eine Überlagerung der **Moden m=2** und **m=4**.

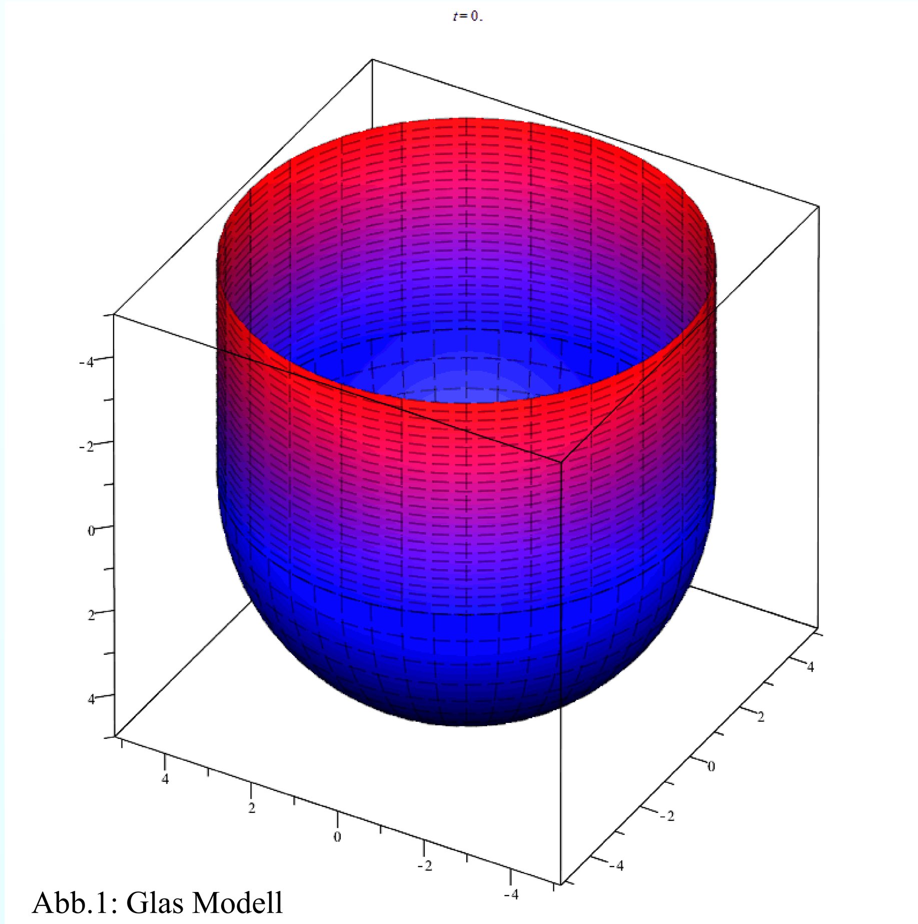

Abb.1: Glas Modell

Wenn wir diese **Schwingung**, mit den **beobachteten vergleichen** sehen wir das bei verschiedenen Gläsern **andere Moden** auftreten. Theorie ist dabei das diese Noden für die **spezifische Form** des Glases den **geringsten Widerstand** bieten. Dies kann im **Video (QR Code)** gesehen werden.

Vesuch zur Zerstörung der Gläser

In diesem Versuchsteil wurde die Zerstörung der 4 verschiedenen verwendeten Kristallgläser angestrebt. Hierzu wurde zuerst ein Glas durch **Schlagen** auf eine **Tischkante** zum **Schwingen** angeregt und danach mittels eines Computers mit integriertem Mikrofon grob die **Eigenfrequenz** des Glases **bestimmt**.

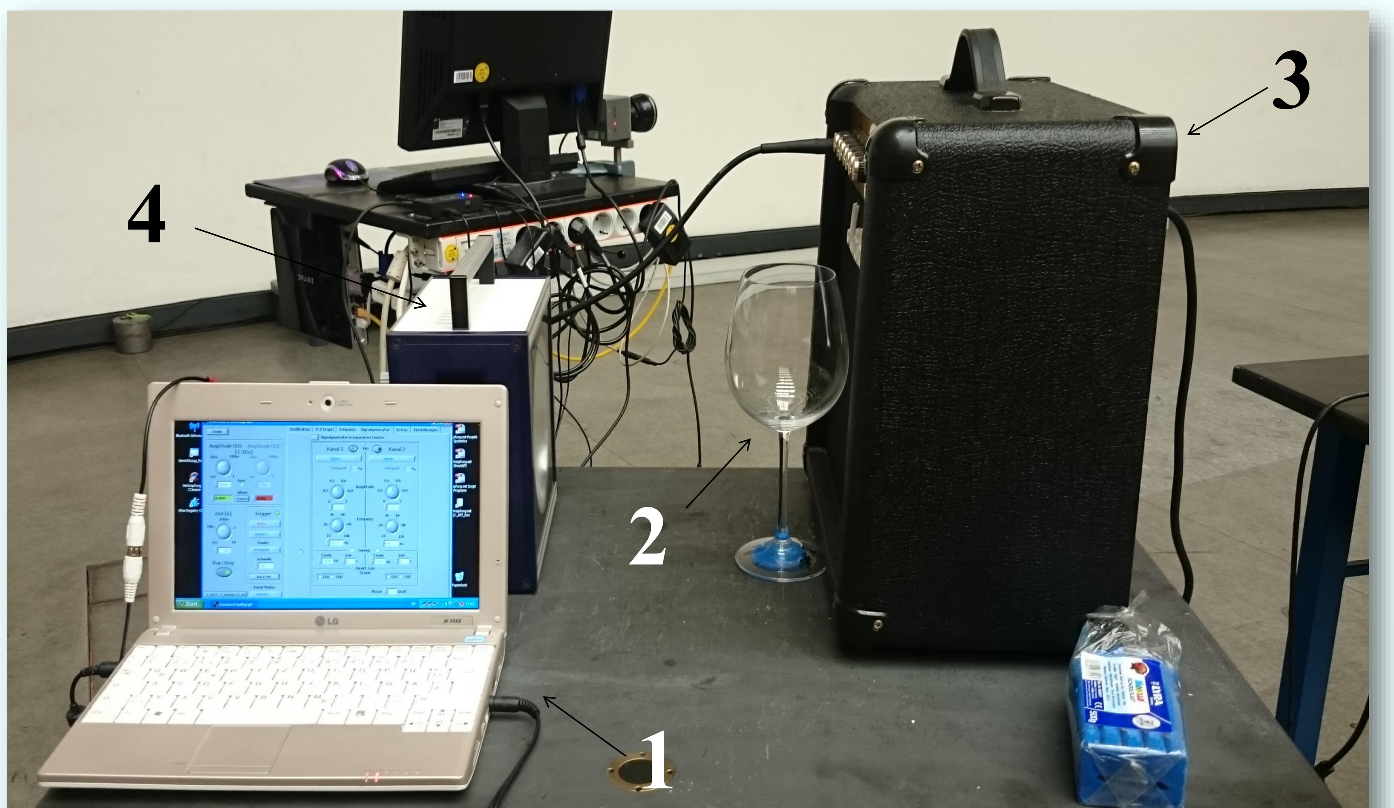

Abb.2: Versuchsaufbau zur Anregung der Gläser.
1: Computer mit Oszillator-Programm , 2: Glas , 3: Verstärker , 4: Stroboskop-Lampe

Daraufhin wurde das Glas über einen **Verstärker** mit dieser Frequenz **angeregt**.

Weiter wurde diese Frequenz in einem Bereich von ca. 10 Hz variiert, bis sich die **stärkste Schwingung** des Glases einstellte. Zur **Sichtbarmachung** der Schwingstärke wurde ein **Strohhalm** in das Glas gelegt und es wurde dann mit **stroboskopischem Licht** beleuchtet, um die Bewegung des Glases scheinbar zu verlangsamen. Es wurde dem Verstärker auch noch ein **zweiter Verstärker** gegenübergestellt und die **Phasendifferenz** von 0 bis 180° variiert. Trotz der **Lautstärke** von **(121,6 ± 0,5) dB**, die so erzeugt werden konnte, „überlebten" alle 4 Gläser diesen Versuchsteil.

Messung der Kennlinien

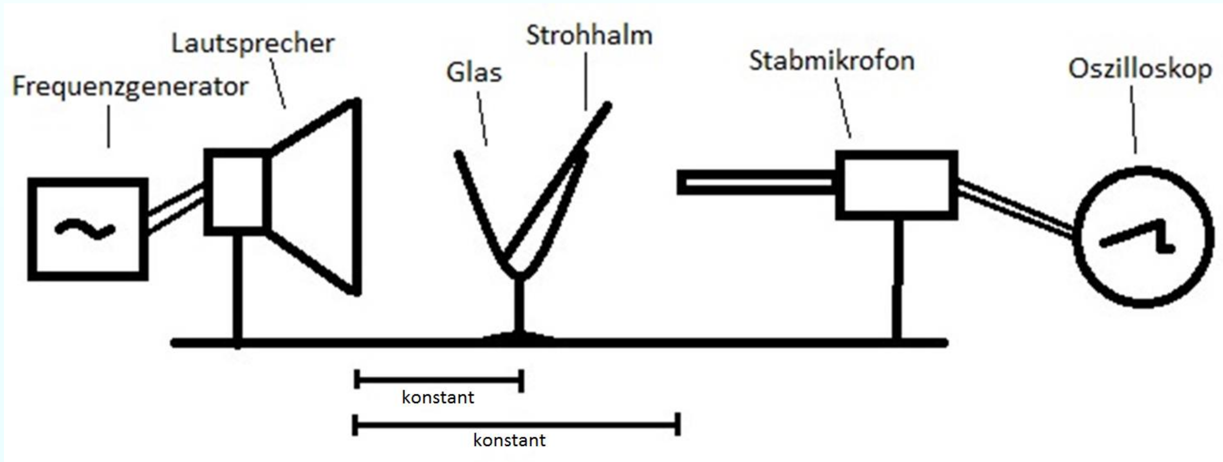

Abb.3: Versuchsaufbau zur Kennlinienmessung

Mit dem **Oszilloskop** wurde die **Amplitude** der **Erregerschwingung** des Lautsprechers gemeseen. Dies wurde bei **verschiedenen Frequenzen** um die **Eigenfrequenz** des Glases herum durchgeführt. Gemessen wurde immer bei einer **bestimmten Schwingungsstärke** des Glases, welche man vorher **festlegt** hatte. Dafür benutzten wir einen **Strohhalm**, welcher die Schwingung des Glases besser **visualisierte**. Mit ihm stellten wir die Schwingung, die als Anhaltspunkt für die Messung benutzt wurde, (ein leichtes Vibrieren) fest.

Auswertung

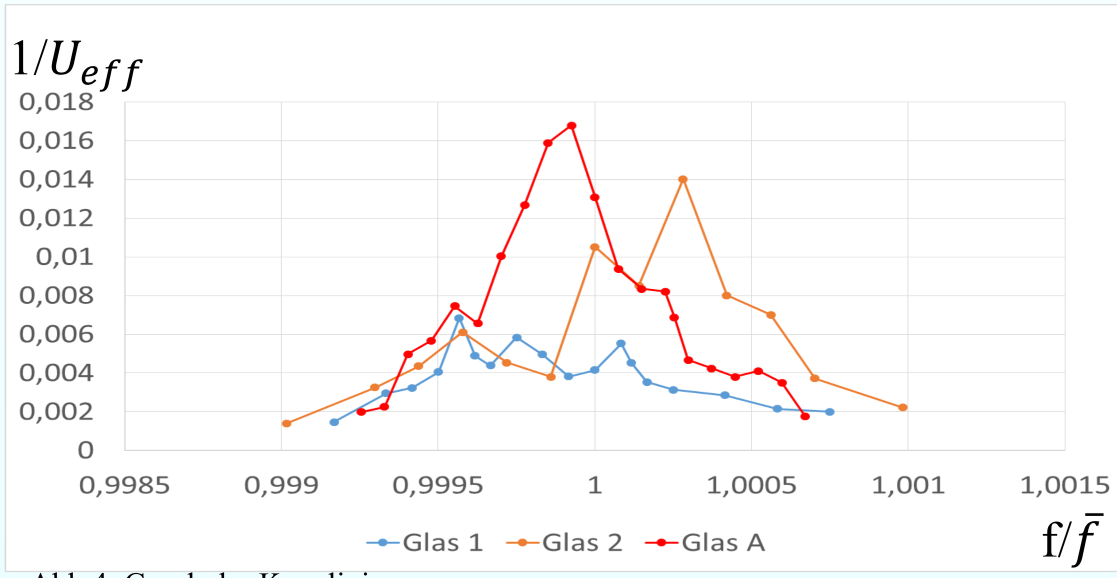

Abb.4: Graph der Kennlinien

Glas	1	2	A
Dicke/mm	1	1	1
Radius/cm	3,58	4,31	3,21
f berechnet	645,26	445,19	802,6
f gemessen	600,38	356,03	670,2
Abweichung	6,96%	20,03%	16,50%

Der **Graph** zeigt die **Kennlinien** zu den **3 Gläsern**, bei denen die Messmethode funktioniert hat. Man sieht bei jeder **Kennlinie** jeweils **3 Peaks**. Die Resonanz ist über einen bestimmten Bereich höher und flacht weiter nach außen ab. In der Literatur ist die Formel $f = \frac{dc_s}{\sqrt{3}\pi r^2}$ zu finden. Diese weicht von der in der Theorie hergeleiteten ab, da dort von c_o:**Oberflächengeschwindikeit** und in der Literatur direkt von c_s:**Schallgeschwindigkeit** ausgegagen wird. Die Formel gibt uns Werte die im Mittel um **14,5%** von gemessenen Werten abweichen.

Fazit

Die **Kennlinienmessung** der Gläser war sehr **ungenau**, weil es **schwierig** ist, die Schwingung des Glases **quantitativ** zu bestimmen. Dennoch wurde festgestellt, dass im **Gegensatz zur Theorie**, welche ein genaues **Resonanzpeak** vorhersagt, ein **Resonanzbereich** vorliegt, welcher **einzelne Peaks** besitzt.

Das primäre Ziel des **Gläserzerstörens** wurde **verfehlt**, jedoch liefert die Ursachenforschung mit einem **ungenauen Resonanzbereich** mögliche **Fehlerquellen**. Eine (leichte)**Verzerrung** des **Sinus**- zu einem Rechtecksignal durch die **Verstärker** bei ungefähr der halben möglichen Lautstärke trug dazu bei. Primär aber fehlte die **Fokussierung** auf **einen Punkt,** da sich so die **Schwingungsmoden** besser ausrichten können. Vergleicht man die erreichte **Lautstärke (~120 dB)** mit der maximalen von der menschlichen Stimme erzeugbare Lautstärke von **110 dB** , lässt sich als Ergebnis daraus schließen, dass unter Berücksichtigung von professionell ausgebildeten Sängern, welchen wir eine stärkere Intensität zutrauen, es einem **Menschen nicht möglich** ist, ein handelsübliches **Glas zu zersingen**.

Referenzen:
[1]American Journal of Physics 51,688 (1983); doi: 10.1119/1.13147
[2]Physik in unserer Zeit 26/3 (1995), S. 138-139: Es tönen die Gläser
[3] Die Schwingende Membran (2001),Michael Beer
link: http://www.michael.beer.name/file_download/7/membran.pdf

Danksagung:

Einen besonders herzlichen Dank möchten wir an die Herren Niesler , Domanski und Ulrich aussprechen für ihre überaus freundliche und kompetente Unterstützung.