

SOWAS - ROTATIONSVERHALTEN VON SPEISEEIERN

Patrick Ahle - Linus Heinke - Alexander Korsch

Betreuer: Jannis Fries

Motivation

Bereits im Haushalt kann man leicht beobachten, dass sich ungekochte von gekochten Eiern deutlich in ihrem Rotationsverhalten unterscheiden:

- (i.) Stoppt man waagrecht rotierende Eier ab, rotieren ungekochte Eier für eine gewisse Zeit weiter, während hartgekochte Eier stillstehen.
 - (ii.) Versetzt man hartgekochte Eier in vertikaler Stellung in Rotation, so können sie kurzzeitig im aufgerichteten Zustand weiterrotieren. Ungekochte Eier kippen hingegen sofort um.
- Ziel dieses Projektes war es, diese Phänomene in Abhängigkeit der Kochzeit der Eier zu untersuchen und theoretische und empirische Zusammenhänge zur Beschreibung herzuleiten.

Theorie

Waagerechte Rotation

Stoppt man waagrecht rotierende Eier ab, rotiert die Flüssigkeit im Innern aufgrund ihrer Trägheit weiter. Durch die Reibung zwischen rotierender Flüssigkeit und Schale wird der Drehimpuls der Flüssigkeit teilweise wieder auf die Schale übertragen und das Ei erneut in Rotation versetzt.

Durch das Kochen der Eier härten Eiklar und Dotter im Innern aus, wodurch eine Abhängigkeit zwischen Rotationszeit t_r der Eier nach dem Abstoppen und der Kochzeit t_k zustande kommt. Nähert man das Ei als homogene Kugel, vernachlässigt die innere Reibung der Flüssigkeit im Ei und nimmt an, dass der Radius des flüssigen Anteils im Ei linear abnimmt, ergibt sich folgende Beziehung:

$$t_r(t_k) = \frac{4}{5} \pi \frac{\rho_F \omega_0 R^5}{\mu_G g M r_a} \left[\frac{T - t_k}{T} \right]^5 = C \left[\frac{T - t_k}{T} \right]^5 \quad (I)$$



Herleitung

Mit t_r =Rotationszeit; t_k =Kochzeit; ρ_F =Dichte des Eis; ω_0 =anfängliche Winkelgeschwindigkeit; R =effektiver Eiradius; μ_G =Gleitreibungskoeffizient; g =Erdbeschleunigung; M =Eimasse; r_a =Radius der Auflagefläche des Eis; T =Zeit bis das Ei hartgekocht ist

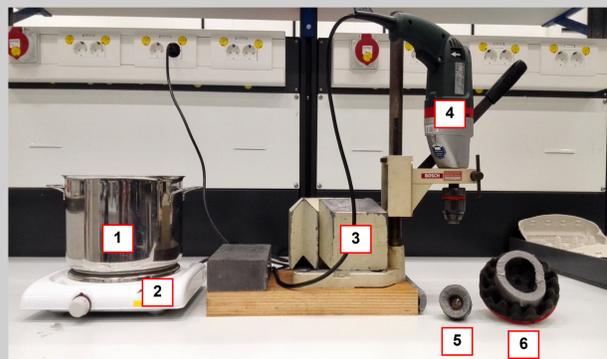
Der Parameter T wurde hierbei auf $T=420$ s geschätzt.

Vertikale Rotation

Das Ei kann solange weiterrotieren, bis die Rotationsenergie unter einen kritischen Wert fällt. Die Zeitdauer der vertikalen Rotation ist umso größer, je kleiner der flüssige Anteil des Innern des Eis ist, da die Rotationsenergie des Eis durch die innere Reibung der Flüssigkeit dissipiert wird. Daher steigt die vertikale Rotationsdauer t_r zunächst mit der Kochzeit t_k an, erreicht dann aber ein Maximum $t_{r,max}$, da ab gewisser Kochzeit das Ei hart ist und sich nicht mehr verändert [$t_{r,min}$ =minimale Umfallzeit]. Damit gilt folgender Ansatz:

$$t_r(t_k) = t_{r,max} - (t_{r,max} - t_{r,min}) \cdot e^{-k \cdot t_k} \quad (II)$$

Aufbau und Durchführung



- 1) Kochtopf
- 2) elektrische Kochplatte
- 3) höhenverstellbare Halterung (mit Blei beschwert)
- 4) Bohrmaschine
- 5) Aufsatz für vertikale Rotation
- 6) Aufsatz für waagerechte Rotation

Abbildung 1: Foto des Versuchsaufbaus

Versuchsteil i

Mithilfe des Aufsatzes (6) werden die Eier mit der Bohrmaschine in waagerechte Rotation versetzt. Die Bohrmaschine wird abgehoben und die Eier mit drei Fingern abgestoppt. Ab diesem Zeitpunkt wird mit einer Stoppuhr die Rotationszeit bis zum Stillstand gemessen. Untersucht werden pro Kochstufe (0s bis 240s in Schritten von 30s) drei Eier für die jeweils drei Messwerte aufgenommen werden.

Versuchsteil ii

Die Eier werden mit dem Aufsatz (5) mit der Bohrmaschine in vertikaler Stellung in Rotation versetzt. Die Bohrmaschine wird abgehoben und der Rotationsvorgang mit einer Kamera (30fps) gefilmt. Aus den Aufnahmen wird durch Abzählen der Frames die Zeit vom Abheben der Bohrmaschine bis zum Zeitpunkt der waagerechten Rotation ermittelt. Pro Kochstufe (0s bis 480s in Schritten von 60s) werden drei Eier untersucht und für jedes Ei wird die Messung dreimal durchgeführt.

Messungen der benötigten Parameter

Gleitreibungskoeffizient μ_G

Ein Federkraftmesser wird am Ei befestigt und mit konstanter Geschwindigkeit gezogen. Aus der abgelesenen Zugkraft F_R kann μ_G errechnet werden.

Mittlere Dichte des Eis ρ_F

Die Masse und das von den Eiern verdrängte Volumen an Wasser in einem Messzylinder werden gemessen, woraus ρ_F berechnet werden kann.

Radius der Auflagefläche des Eis r_a

Die Eier werden an ihrer flachen Seite eingefärbt und danach auf Papier gedrückt. Auf den Eiern entsteht dadurch ein farbfreies Gebiet, dessen Durchmesser $d_a=2r_a$ mittels einer Schieblehre vermessen wird.

Rotationsfrequenz der Bohrmaschine ν_0

Auf einem der Aufsätze wurde ein Punkt markiert. Der Aufsatz wurde bei laufender Bohrmaschine mit einer frequenzregelbaren Stroboskop-Lampe beleuchtet. Diejenige Frequenz, bei der der Punkt als stillstehend erscheint, ist die Rotationsfrequenz der Bohrmaschine.

Auswertung

Versuchsteil i

Zunächst wurde mit der theoretisch hergeleiteten Formel (I) und den experimentell bestimmten Messkonstanten [$\rho_F=(1,085 \pm 0,005)g \cdot cm^{-3}$; $\omega_0=(45,9 \pm 0,6)Hz$; $R=(2,324 \pm 0,022)cm$; $M=(62 \pm 4)g$; $\mu_G=(0,085 \pm 0,009)$; $r_a=(0,0708 \pm 0,0024)cm$] der Wert der Konstante C und ihr Fehler berechnet. Letzterer ergab sich mit Gauß'scher Fehlerfortpflanzung aus den Messfehlern der Messkonstanten, welche wiederum mit Standardabweichung bestimmt wurden. So erhielt man:

$$C=(18,0 \pm 2,4)s$$

Aus den zu den verschiedenen Kochzeiten ermittelten Rotationszeiten wurde jeweils ein Mittelwert gebildet und ein Fehler per Standardabweichung. Diese Messwerte wurden zusammen mit dem theoretisch bestimmten Verlauf der Rotationszeit in Diagramm 1 eingetragen. Zudem wurde eine Regression gleicher Form wie die der theoretischen Kurve durchgeführt jedoch mit unbestimmtem C und T .

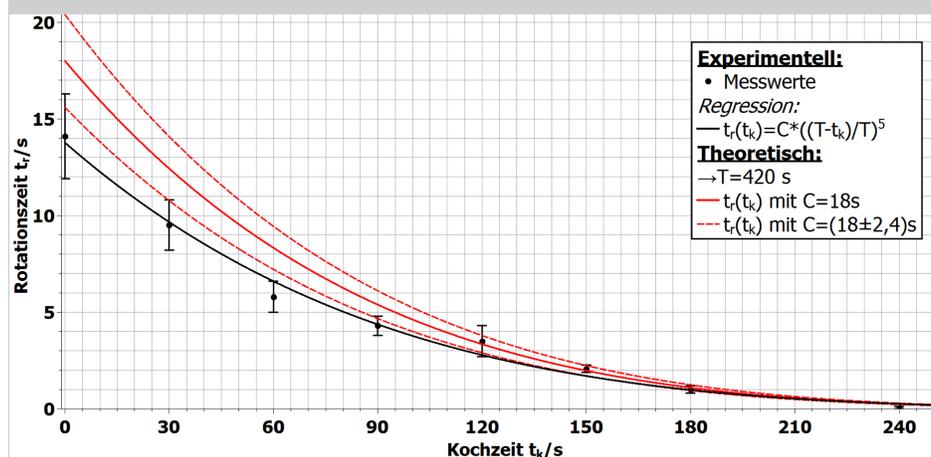


Diagramm 1: Theoretische und experimentelle Entwicklung der Rotationszeit bei waagerechter Rotation

Aus der Regression ergab sich:

$$C=(13,8 \pm 0,4)s$$

$$T=(439 \pm 22)s$$

Versuchsteil ii

Mit den erhaltenen Messwerten wurde wie in Versuchsteil i. Mittelwert und Fehler per Standardabweichung bestimmt. Die so erhaltenen Werte und ihr Fehlerintervall wurden dann in Diagramm 2 eingetragen und eine Regression gemäß Formel (II) durchgeführt.

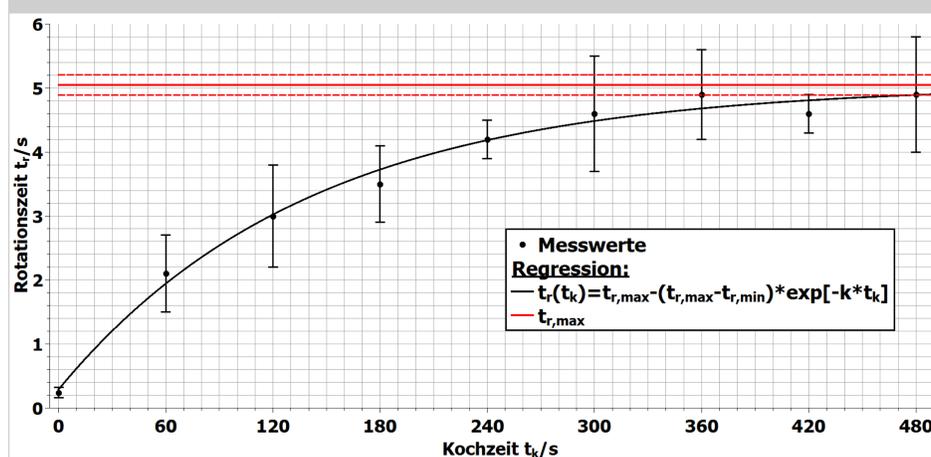


Diagramm 2: Experimentelle Entwicklung der Rotationszeit bei aufgerichteter Rotation

Aus der Regression ergab sich:

$$t_{r,max}=(5,05 \pm 0,16)s$$

$$t_{r,min}=(0,29 \pm 0,16)s$$

$$k=(0,0071 \pm 0,0008)s^{-1}$$

Fazit

Versuchsteil i

Es lässt sich festhalten, dass trotz aller im Modell angenommenen Vereinfachungen Theorie und Experiment sehr gut zusammenpassen. Zwar liegen die experimentellen Werte fast alle unterhalb der theoretischen Kurve, dies lässt sich aber unter anderem auf die Vernachlässigung der inneren Reibung zurückführen.

Versuchsteil ii

Auch bei diesem Versuchsteil decken sich Theorie und Experiment, wenn auch nur qualitativ, da keine quantitative theoretische Vorhersage möglich war. Es wird bei diesem Experiment in Form der breiten Fehlerintervalle deutlich, dass Hühnereier sich auf Grund ihrer Variation in Form, Gewicht und innerer Struktur nicht alle gleich verhalten.

Allgemein:

Trotz ihrer eigentlichen Komplexität und großen natürlichen Varianz lässt sich das Rotationsverhalten von Speiseeiern mit einfachsten physikalischen Gesetzen vorhersagen. Dies war zu Beginn des Experiments nicht unbedingt zu erwarten.

Quellen: Moffatt, Shimomura: Spinning eggs – a paradox resolved, in: Nature 416 (2002), S. 385-386



Berechnung C