

Faustformel Reibung

Maik Budde, Nelson Creutzburg, Sven Pappert, Michael Stein

„Reibung muss erst beachtet werden, sobald das Gewicht der Säule des durchfallenen Mediums das Gewicht des fallenden Objektes übersteigt.“

Grundlagen

Ziel des Versuches ist die Abschätzung der Richtigkeit der obigen Faustformel zur Reibung.

Dem fallenden Objekt wirken Reibung- und Auftriebskraft entgegen:

$$F = F_{Gravitation} - F_{Reibung} - F_{Auftrieb} \quad (1)$$

Als Reibungskraft wird aufgrund der geringen Geschwindigkeit die Stokes-Reibung angenommen.

$$F_{Stokes} = 6\pi\eta r v \text{ weiterhin gilt: } F_{Gravitation} = mg, F_{Auftrieb} = g\rho_{Medium}V_{Körper}$$

Damit erhält man eine inhomogene Differentialgleichung 2. Ordnung:

$$m\ddot{x} = mg - 6\pi\eta r \dot{x} - g\rho_{Medium}V_{Körper} \quad (2)$$

Diese wird gelöst durch:

$$x(t) = \frac{m^2 R}{\beta^2} e^{-\frac{\beta t}{m}} + \frac{mR}{\beta} t - \frac{m^2 R}{\beta^2} \quad (3)$$

mit $\beta = 6\pi\eta r_{Körper}$; $R = g \left(1 - \frac{\rho_{Medium}}{\rho_{Körper}}\right)$ und $x(t=0) = 0 \wedge v(t=0) = 0$

Im theoretischen Fall ohne Reibung, mit Auftrieb und gleichen Anfangsbedingungen gilt:

$$x_{theo}(t) = \frac{1}{2} R t^2 \quad (4)$$

Für die relative Abweichung ergibt sich dann:

$$\Delta(t) = \frac{x_{theo}(t) - x(t)}{x_{theo}(t)} \quad (5)$$

Nun soll die Faustformel mathematisch formuliert werden:

Die durchfallene Masse für kugelförmige Körper ergibt sich aus:

$$m_{durchfallen}(t) = \rho_{Medium} V_{Säule}(t) = \rho_{Medium} \pi r^2 x(t) \quad (6)$$

Die kritische Fallstrecke wird bestimmt durch:

$$m_{durchfallen}(t_{kritisch}) = m_{Körper} \Leftrightarrow x(t_{kritisch}) = \frac{m_{Körper}}{\pi r^2 \rho_{Medium}} \quad (7)$$

Durch Gleichsetzen von (3) und (6) wird die kritische Fallzeit numerisch bestimmt. Mit dieser kann dann die Abweichung, am Ort an dem die Masse komplett durchfallen ist, bestimmt werden.

Versuchsbeschreibung:

Um die, von der Reibung erzeugte, Abweichung bestimmen zu können, wird der Ort in Abhängigkeit von der Zeit bestimmt.

Der Fall wird mit einer Kamera aufgezeichnet. Das Weg-Zeit-Diagramm wird mit einem Track-Programm erstellt und ausgewertet.

Über die Zeitwerte können die gemessenen Werte mit theoretischen Fallstrecken ohne Reibung verglichen werden. Anschließend wird die, durch die Reibung verursachte, Abweichung bestimmt.

Körper	Radius/cm	Masse/g	Medium mit Dichte/(kg/m ³)	xkritisch/cm
Tischtennisball	1,9800±0,0025	2,70±0,05	Luft mit 1,184	184,6±3,1
Eisenkugel	0,3105±0,0025	1,021±0,005	Öl mit 870	3,760±0,002
Eisenkugel	1,7500±0,0025	176,0±0,5	Wasser mit 998,208	18,320±0,005

Tabelle 1: Körperabmessungen und Materialkonstanten

Auswertung:

Diagramm 1 zeigt die gemittelten Weg- Zeit Verläufe in den unterschiedlichen Medien. Im zweiten Diagramm sind die relativen Abweichungen dargestellt. Zur besseren Vergleichbarkeit wurden die Fallstrecken der einzelnen Materialien auf die durchfallene Masse des Objektes normiert.

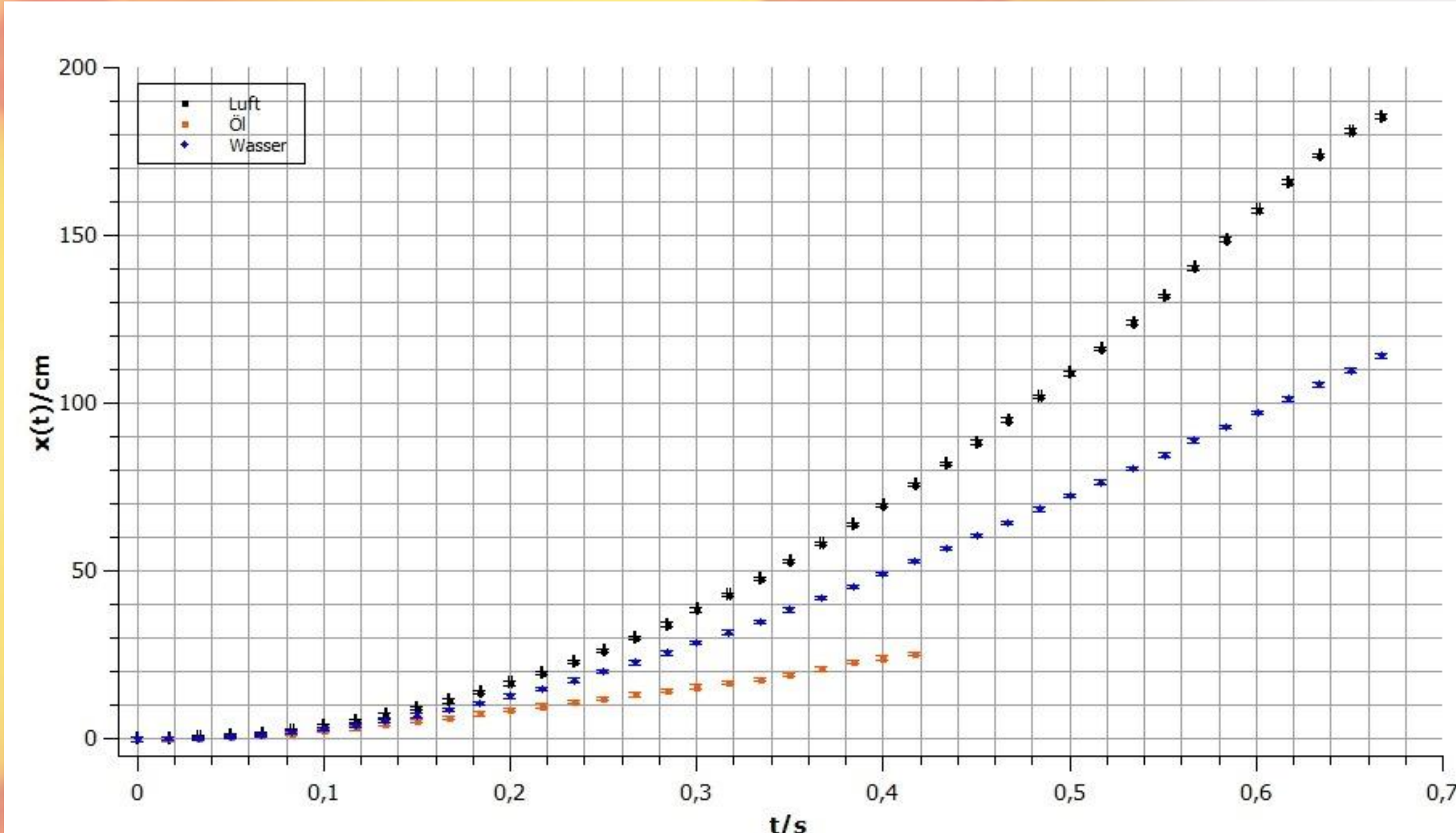


Diagramm 1: Durchfallene Strecke in Abhängigkeit von der Zeit

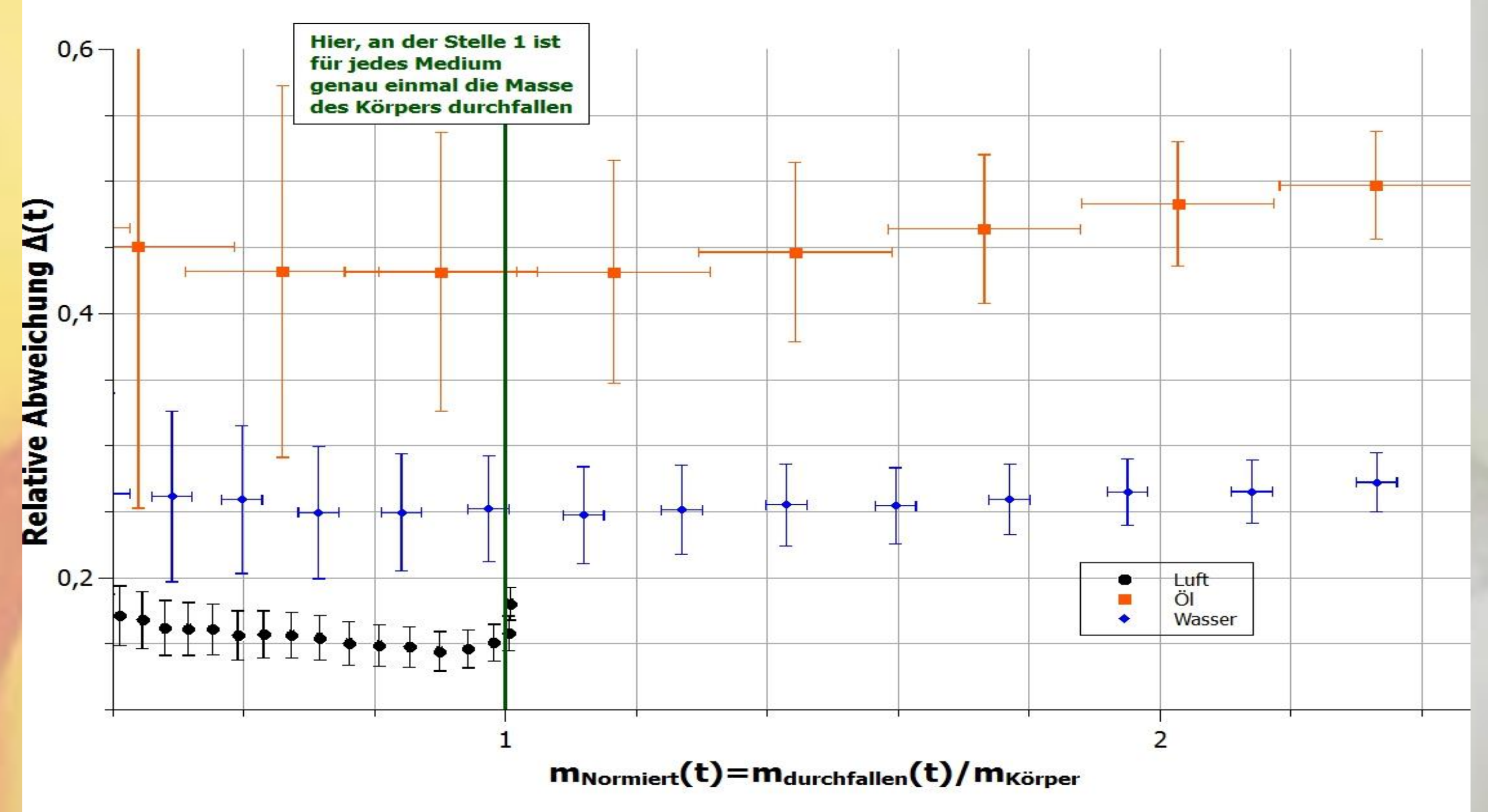


Diagramm 2: Relative Abweichung Δ gegen die normierte Masse

Entgegen der Erwartungen scheint die relative Abweichung zunächst abzunehmen. Das lässt sich durch das Reiben des Balles an der Startvorrichtung, zu Anfang erklären. Dieser Messfehler ist zu Beginn stärker zu spüren, da in den Zeitintervallen nur kleine Strecken zurückgelegt werden, so ist der Messfehler viel ausschlaggebender als bei schnellerer Bewegung, bei der die relative Abweichung erwartungsgemäß steigt.

Durchfallenes Medium	Gemessene relative Abweichung bei einer durchfallenden Masse in %	Theoretische relative Abweichung bei einer durchfallenden Masse in %	Abweichung zwischen gemessenen und theoretischen Wert in %
Luft	15,7± 1,3	0,04	99,75
Wasser	25,2±3,9	0,01	99,96
Öl	43,2±10,5	17,7	59,03

Tabelle 2: Vergleich zwischen gemessenen und theoretisch errechneten Abweichungen

Man erkennt, dass es eine sehr große Abweichung zwischen Experiment und Theorie gibt. Das lässt darauf schließen, dass unsere Messungen nicht sehr genau waren.

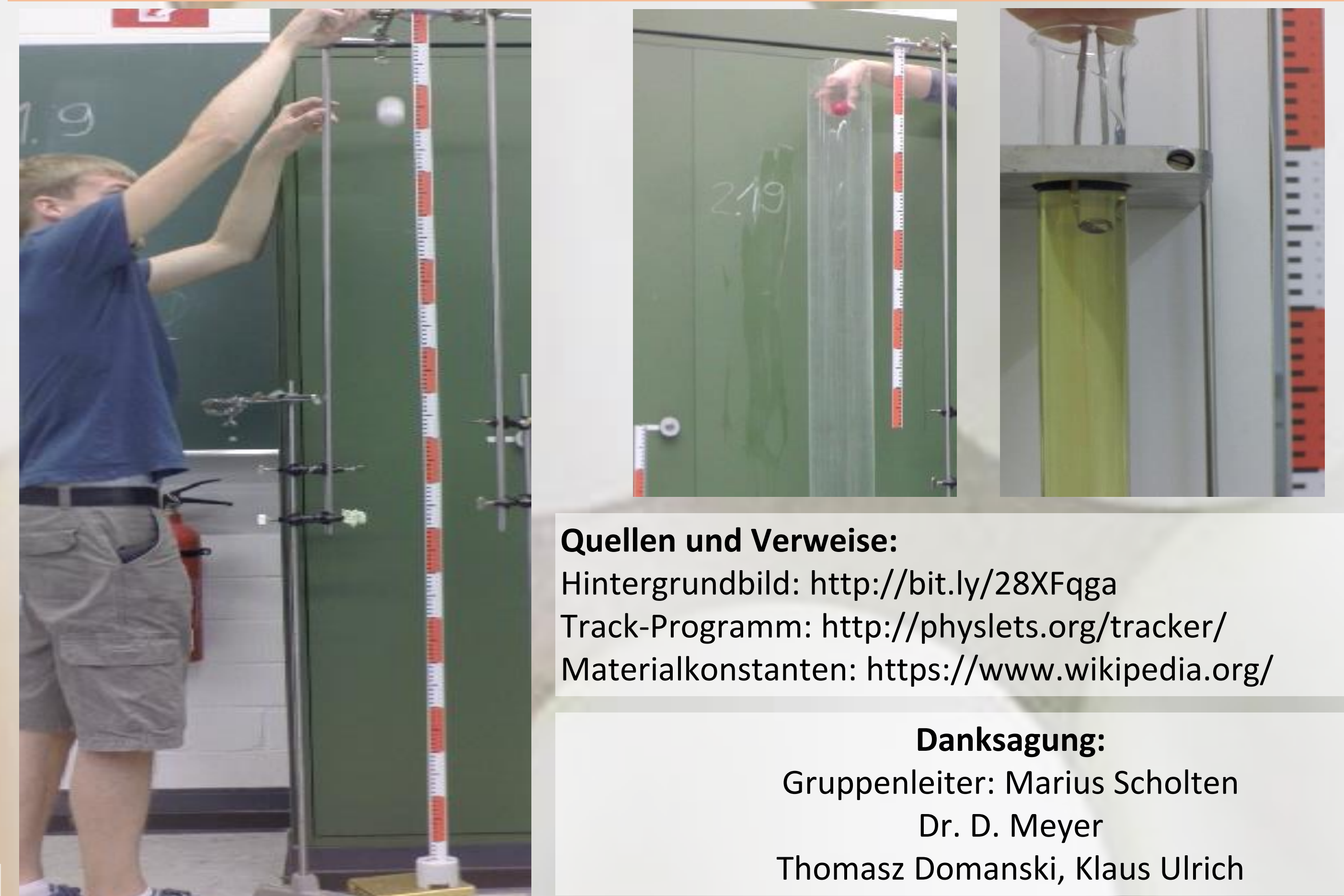
Mögliche Fehlerquellen sind:

- Örtliche Ungenauigkeit des Programms
- Zeitliche Ungenauigkeit des Programms
- Die Anfangsgeschwindigkeit ist nicht genau Null
- Turbulenzen (besonders in Wasser und Öl)
- Reibung am Stativ bzw. an der Hand

Fazit:

Trotz ungenauen Messungen sollte man die Reibung, schon vor dem Durchfallen der Masse in Betracht ziehen.

Außerdem erkennt man, dass bei steigender Viskosität die Reibung umso weniger zu vernachlässigen ist.



Quellen und Verweise:

Hintergrundbild: <http://bit.ly/28XFqga>
Track-Programm: <http://physlets.org/tracker/>
Materialkonstanten: <https://www.wikipedia.org/>

Danksagung:

Gruppenleiter: Marius Scholten
Dr. D. Meyer
Thomasz Domanski, Klaus Ulrich