

# Popcorn-Statistik

Lukas Gandor, Maximilian Geilmann, Patrick Ohlsen, Anna Wittje  
 Betreuer: Mike Wilbert



## Motivation

Das Ziel ist es, elementare Eigenschaften des Kornes und des Expansionsprozesses in Erfahrung zu bringen und daraus Herstellungsabläufe von Popcorn zu bewerten. Unter welchen Bedingungen ein Popcorn „ploppt“, sowie der Prozess selbst, lassen sich vornehmlich mit den Bereichen Thermodynamik und Statistische Physik erklären.

## Physikalische Grundlagen

### Aufheizen eines Kornes:

- Popcornkörner sind Maiskörner einer besonderen Sorte, deren Inneres ca. 20mg Wasser gebunden hat. Wasser nimmt an Volumen zu, wenn es seinen Aggregatzustand ändert (1 ml flüssiges Wasser  $\triangleq$  1,6 l Wasserdampf). Aufgrund der Hülle des Kornes ist der Aufheizvorgang ein isochorer Prozess: Das Volumen bleibt vorerst konstant und der Innendruck steigt.

- In welchem Maße Wärme aufgenommen wird, beschreibt die **Wärmeleitfähigkeit**  $\lambda(T)$  des Popcorns. Sie lässt sich über die innere Energie  $\Delta U = \Delta Q$  (isochor) mittels Fourierschem Gesetz gemäß

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \lambda(T) A \frac{\Delta T}{l} \quad \text{berechnen.} \quad (1)$$

- Für die **Spezifische Wärmekapazität**  $c$  gilt demnach

$$c = \frac{\Delta Q}{m \Delta T} \quad (2)$$

Sie gibt an, wie stark sich die Wärme des Kornes ändert, wenn die Temperatur erhöht wird.

### Explosion eines Kornes:

- Wegen der Hülle baut sich im Korn ein Druck auf und das Wasser bleibt bis über den bei Normaldruck geltenden Siedepunkt flüssig. Dies geschieht bis die Hülle dem Druck nicht mehr standhält und schlagartig explodiert. Man nehme im folgenden ein ideales Gas an.

- Der Wert für den **Innendruck**  $p_c$  vor der Expansion ergibt sich über **Clausius-Clapeyron** zu

$$p_c = p_0 \exp\left(\frac{M L_V \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_c}\right)}{R}\right) \quad (3)$$

- Aufgrund des schnellen Prozesses wird keine Wärme zwischen dem Korn und der Umgebung ausgetauscht, wodurch es sich um einen **adiabatischen Vorgang** (Annahme des idealen Gases) handelt:

$$pV^\gamma = \text{const.} \Leftrightarrow TV^{\gamma-1} = \text{const.} \Leftrightarrow \gamma = \frac{\ln p_0 - \ln p_c}{\ln V_0 - \ln V_c} \quad (4)$$

### Betrachtung mehrerer Körner:

- Die Körner schwanken in Größe und Beschaffenheit um einen Erwartungswert. Der zentrale Grenzwertsatz besagt, dass sich für eine Anzahl der Messungen  $N \gg 1$  eine Normalverteilung für die Ploppertemperatur  $T$  einstellt:

$$f(T) = \frac{1}{\sigma_T \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{T - \mu_T}{\sigma_T}\right)^2\right) \quad (5)$$

## Versuchsaufbau und Methodik

### Materialien:

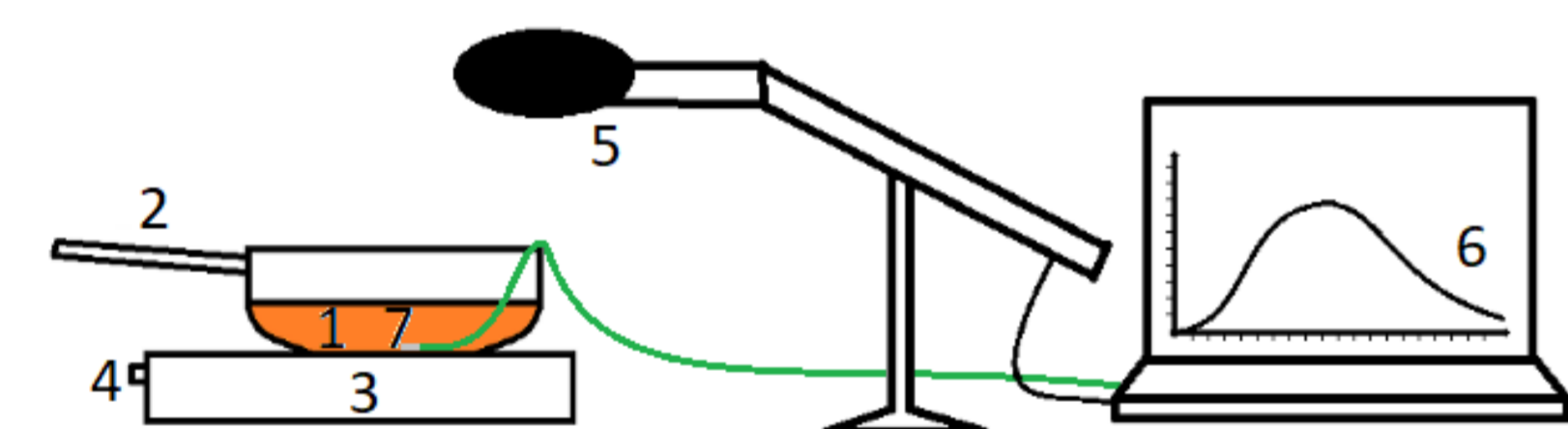


Abb. 1: Versuchsaufbau

- [1] Popcornmais mit Sonnenblumenöl,
  - [2] Pfanne, [3] Heizplatte,
  - [4] Stufenregelung, [5] Mikrophon,
  - [6] Computer mit Programm,
  - [7] Thermolement
- Zudem: Wärmebildkamera, Videokamera, Lineal, Schieblehre, Zusätze: Salz, Zucker

Es wird Popcorn hergestellt, indem man verschiedene Mengen Popcornmais und 15g Öl ohne/mit 30g Zusatz mittels Heizplatte erhitzt. Die folgenden Messungen wurden durchgeführt:

- Temperaturmessung mittels Thermolement
- akustische Messung zur Ermittlung der geplopten Körner bei einer bestimmten Zeit/Temperatur
- Videoanalyse zur Bestimmung der maximalen Sprunghöhe
- Volumen der Körner (vorher/nachher) mittels Messschieber unter Annahme ellipsoider Form
- Masse der Körner (vorher/nachher) mittels Digitalwaage
- Temperatur der Körner nachher mittels Thermolement

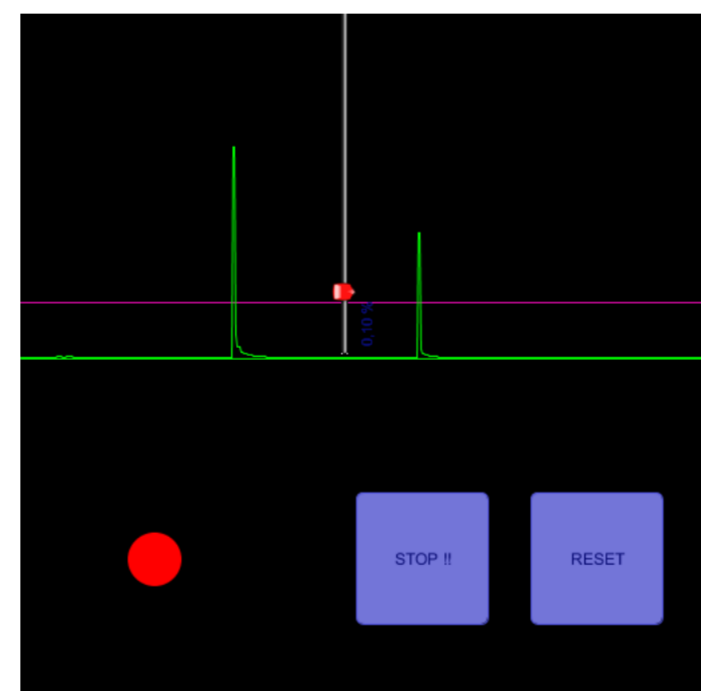


Abb. 2: Auswertungsprogramm für akustische Messung

## Grafische Auswertung I

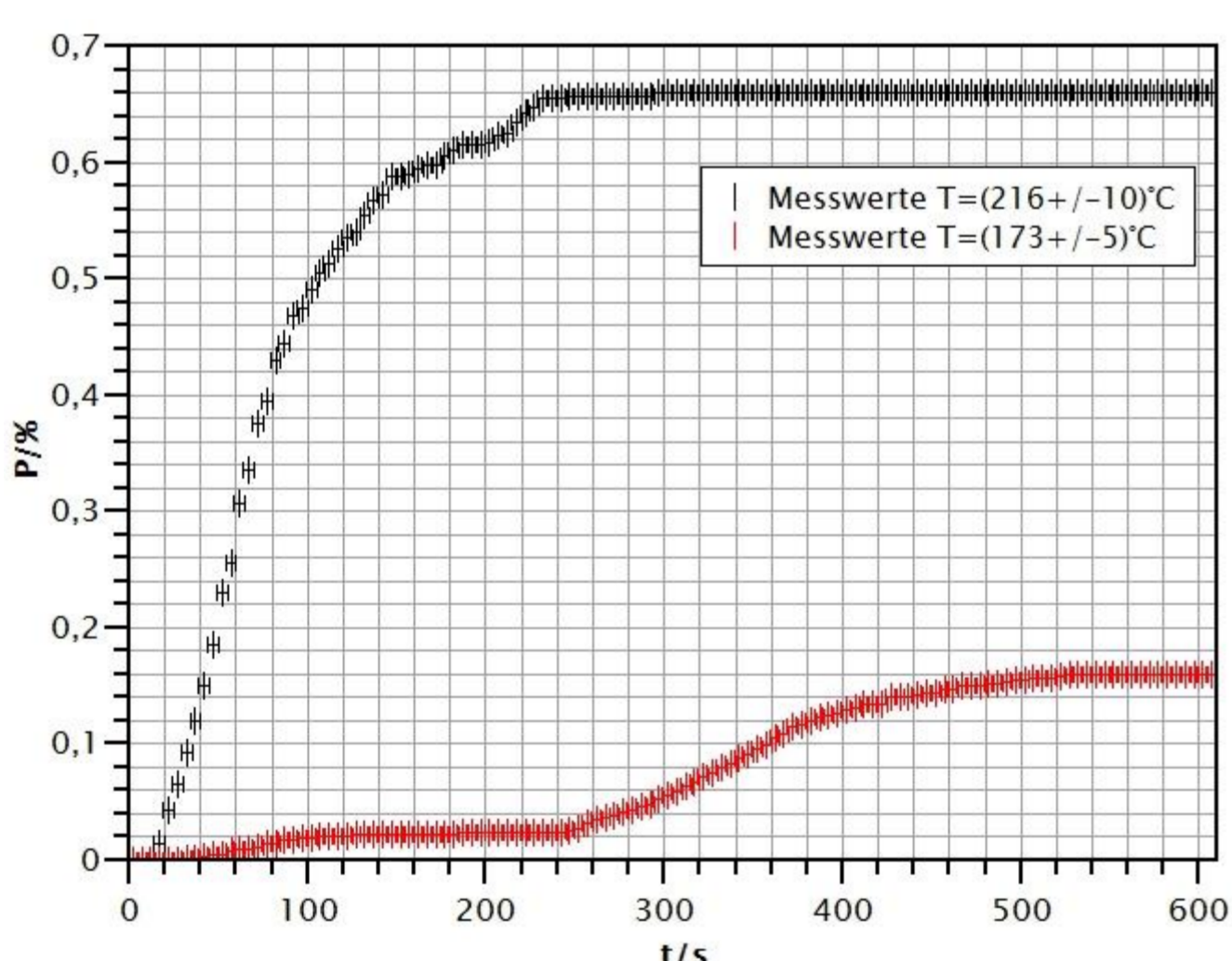


Abb. 3: Sättigungskurven der geplopten Körner in % bis zu einem Zeitpunkt t bei festen Temperaturen

Die Auswertung der akustischen Aufnahmen erfolgt mittels eines Auswertungsprogramms. Es folgt die Bestimmung der Mittelwerte der Ereignisse pro Sekunde aus den Messreihen, die in 5-Sekunden-Intervalle zusammengefasst werden. Im Graphen werden aus der Gaußfunktion der Erwartungswert und die Standardabweichung für die mittlere Ploppzeit (Abb. 4) und die Ploppertemperatur (Abb. 5) ermittelt.

## Grafische Auswertung II

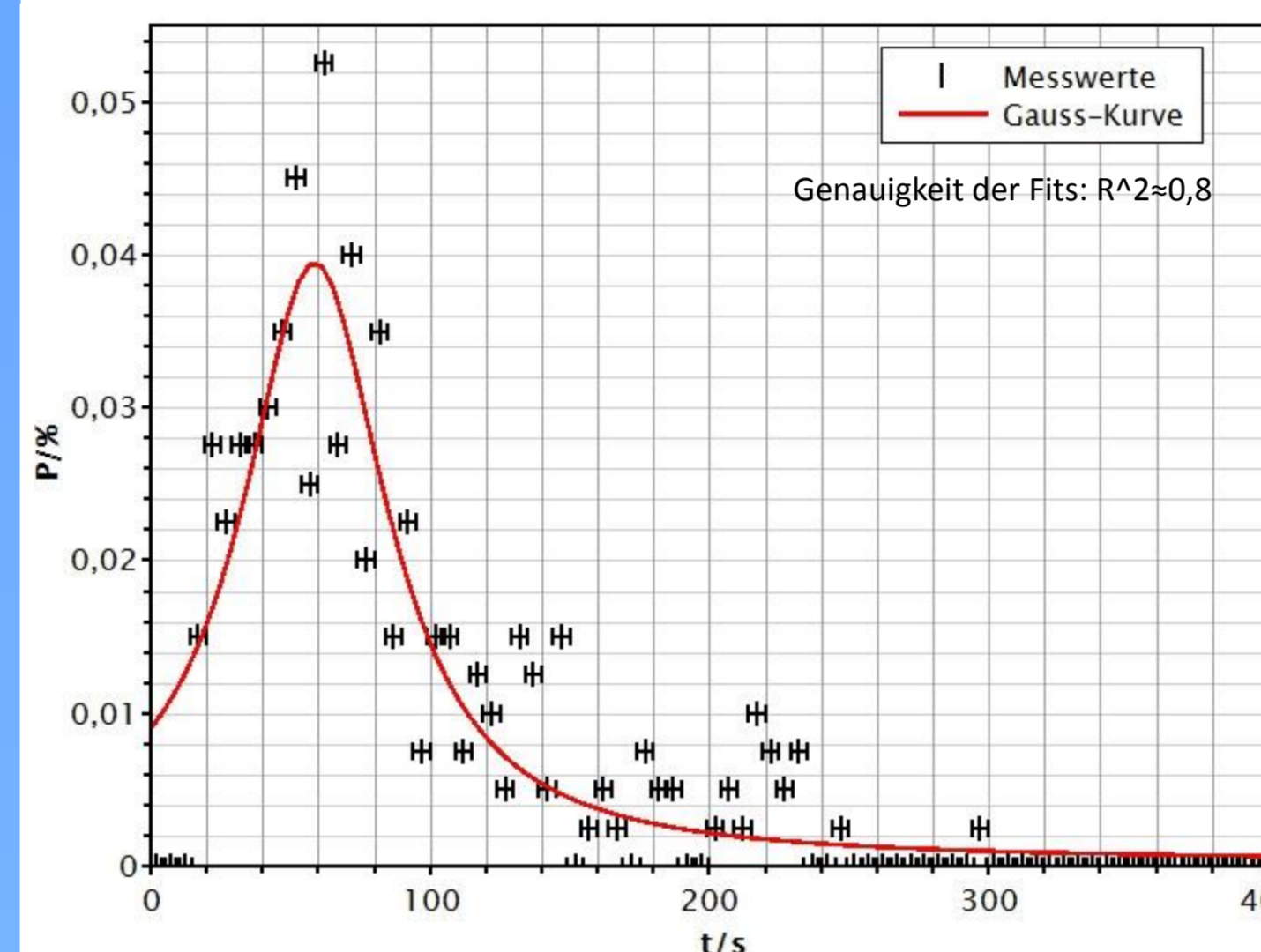


Abb. 4: Prozentualer Anteil an geplopten Körnern P in % abhängig von der Zeit t in s bei fester Temperatur  $T = (216 \pm 10)^\circ\text{C}$  der Pfanne

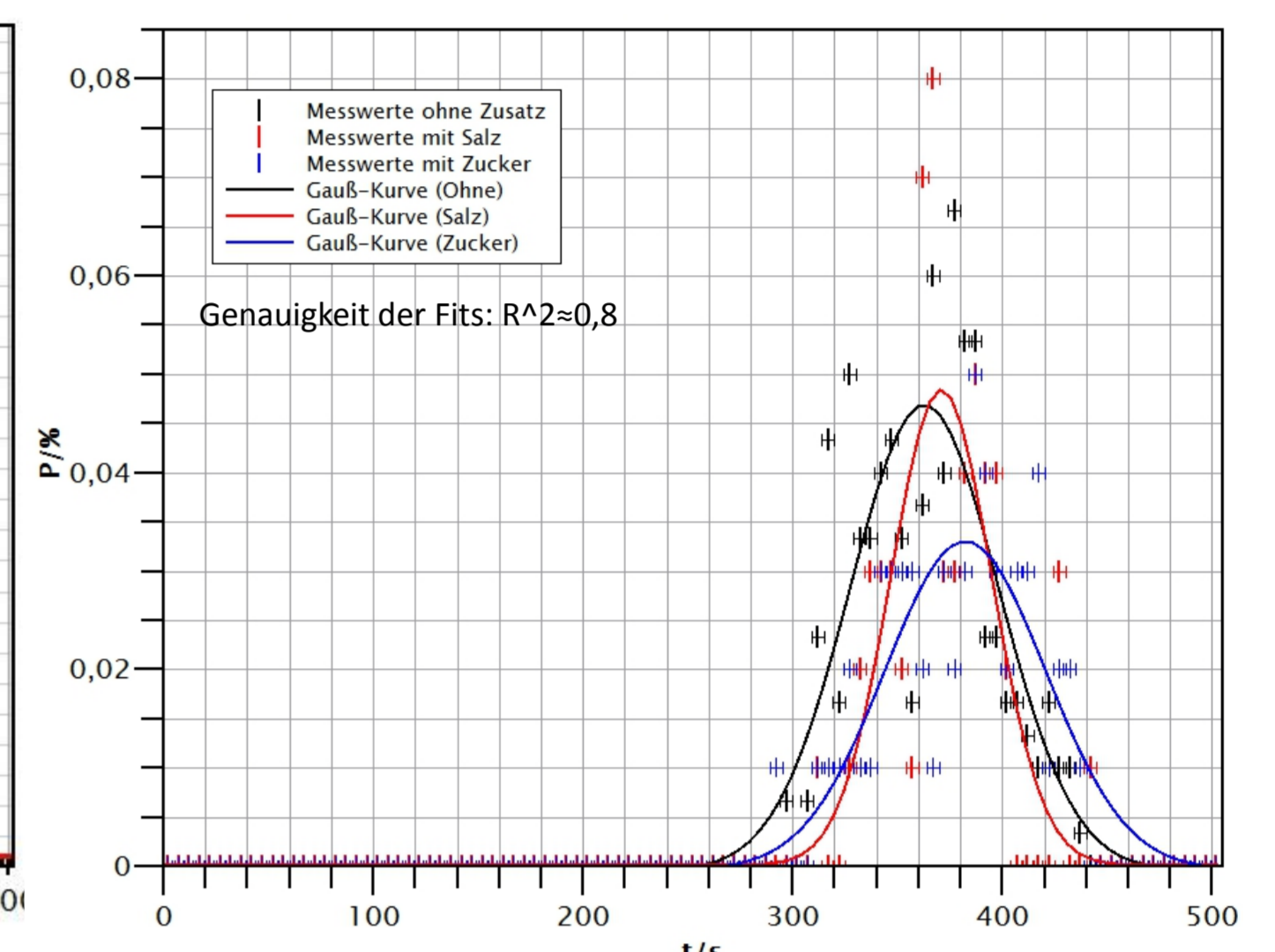


Abb. 5: Prozentualer Anteil an geplopten Körnern P in % abhängig von der Zeit t in s beim Aufheizen mit und ohne Zusatz

## Rechnerische Auswertung

Tab. 1: Zwischenergebnisse

| $m_{\text{Korn}} / \text{g}$ | $V_{\text{Korn vorher}} / \text{mm}^3$ | $V_{\text{Korn nachher}} / \text{mm}^3$ | t / s                  | $T_c / ^\circ\text{C}$ |
|------------------------------|--|---|------------------------|------------------------|
| $0,150 \pm 0,004$            | $67 \pm 7$                             | $(8,4 \pm 1,8) \cdot 10^2$              | $(6 \pm 3) \cdot 10^1$ | $200 \pm 15$           |

- Auswertung der Sättigungskurve (siehe Abb. 3): Ab einem bestimmten Zeitpunkt sollte die Wärmezufuhr eingestellt werden, damit die Popcorns in der Pfanne nicht verbrennen. Aus den Sättigungskurven ergeben sich  $t = 161 \text{ s}$  ( $T = (216 \pm 10)^\circ\text{C}$ ) bzw.  $t = 455 \text{ s}$  ( $T = (173 \pm 5)^\circ\text{C}$ ), zu denen 90% der voraussichtlich ploppenden Körner geploppert sind.
- Mit den aus der grafischen Auswertung (siehe Abb. 4 & 5) ermittelten Werten für die **mittlere Ploppzeit**  $t$  und die **kritische Temperatur**  $T_c$  berechnen wir folgende Größen:
- Zunächst gemäß (3) den **kritischen Innendruck**  $p_c$ . Mithilfe des Druckes die **Adiabatenkoeffizienten**  $\gamma$  (4) und die **Temperatur**  $T_{\text{nach}}$  des Popcorns nach dem „Plopp“ gemäß (4).
- Integrieren im pV-Diagramm liefert uns die verrichtete Arbeit  $W = \int_{V_1}^{V_2} p dV = (0,04 \pm 0,10) \text{ J}$ , und mit dem 1. Hauptsatz der Thermodynamik erhält man die zugefügte Wärmemenge  $\Delta Q = \Delta W - \Delta U$ . Mit ihr und mit der mittleren Ploppzeit berechnen wir die **Leitfähigkeit**  $\lambda(T)$  gemäß (1) und die **Wärmekapazität**  $c$  gemäß (2).
- Aus der Videoanalyse ergibt sich eine maximale Sprunghöhe von  $\Delta h = 1,5 \text{ m}$ , woraus sich eine abgeschätzte kinetische Energie von  $E_{\text{kin}} = m_{\text{Korn}} \cdot g \cdot \Delta h \approx 2,03 \cdot 10^{-3} \text{ J} \ll W$  ergibt. Es geht also viel Energie in Reibung, Knall und Verformung.

Tab. 2: Endergebnisse ohne und mit Zusatz sowie Literaturwerte für flüssiges  $\text{H}_2\text{O}$  bei  $20^\circ\text{C}$  bzw.  $200^\circ\text{C}$

|  | $p_c / \text{bar}$ | $\gamma$        | $T_{\text{nach}} / ^\circ\text{C}$ | $\lambda(T) / \frac{\text{W}}{\text{m K}}$ | $c / \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$ |
|--|--------------------|-----------------|------------------------------------|--|-------------------------------------|
| Ohne Zusatz  | $15 \pm 7$         | $1,1 \pm 0,2$   | $(9 \pm 19) \cdot 10^1$            | $0,4 \pm 0,8$                              | $1,58 \pm 0,13$                     |
| Mit Zucker   | $17 \pm 5$         | $1,12 \pm 0,16$ | $(9 \pm 15) \cdot 10^1$            | -  | -                                   |
| Mit Salz   | $15 \pm 5$         | $1,07 \pm 0,17$ | $(11 \pm 17) \cdot 10^1$           | -  | -                                   |
| Flüssiges $\text{H}_2\text{O}$ bei $20^\circ\text{C}$  | 0,024              | 1,01            | -                                  | 0,598 (0,0182)*                            | 4,18                                |
| Flüssiges $\text{H}_2\text{O}$ bei $200^\circ\text{C}$ | 15,5               | 1,44            | -                                  | 0,663 (0,0401)*                            | 2,08 (100°C)                        |

\* gasförmig, - nicht ermittelt

## Bewertung und Diskussion

- Es ergeben sich für unterschiedliche Zusätze kaum unterschiedliche Beobachtungen. Bei Zucker stellt man jedoch fest, dass sich durch das bildende Karamell die Hülle des Popcorns verklebt und der Ploppvorgang dadurch etwas verzögert wird. Es konnte kaum Restbestand der Zusätze am geplopten Korn festgestellt werden, weshalb es sich empfiehlt, diese erst nach dem Ploppvorgang zuzufügen.
- Die Literaturwerte für den Druck von flüssigem  $\text{H}_2\text{O}$  bei  $200^\circ\text{C}$  (siehe Tab. 2) liegt im Fehlerintervall unserer berechneten Drücke  $p_c$ , weshalb bei Erhitzung vornehmlich Wasser verantwortlich ist für die Druckerhöhung. Die berechneten Adiabatenkoeffizienten liegen zwischen den Werten für Wasser bei  $20^\circ\text{C}$  und  $200^\circ\text{C}$ , während die Werte der Leitfähigkeit und der Wärmekapazität etwas niedriger sind als die Vergleichswerte, was daran liegt, dass das Korn nicht nur aus Wasser besteht.
- Die mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung berechneten großen relativen Fehler von zum Beispiel  $\pm 200\%$  für  $T_{\text{nach}}$  sind durch das schwer zu ermittelnde Volumen der Körner o.Ä. (siehe Tab. 1) zu erklären, die sich durch alle weiteren Berechnungen ziehen. Da die Bestwerte in korrekten Größenordnungen liegen, war die Annahme des Idealen-Gas-Modells eine sinnvolle Näherung.
- Die geringe Genauigkeit der Gaußfits von  $R^2 \approx 0,8$  (siehe Abb. 4 & 5) liegt daran, dass die Ploppereignisse gegen die Zeit und nicht die Temperatur aufgetragen wurde.
- Aussicht:** Des weiteren konnten wir beobachten, dass die Körner nach der Messung bei Bewegung der Pfanne ploppen. Mögliche Erklärungen hierfür sind ein Siedeverzug bzw. eine zusätzliche Krafteinwirkung durch die Bewegung. Dies ist ein Phänomen, welches in einem weiteren Projekt untersucht werden könnte.

## Legende, Danksagung und Referenzen

A-Querschnitt, h-Höhe, l-Länge,  $L_V$ -Verdampfungsenergie, m-Masse Wasser, M-molare Masse Wasser, p-Druck,  $p_0$ -Anfangsdruck,  $p_c$ -kritischer Druck, P-prozentualer Anteil an geplopten Körnern, Q-Wärme, R-Gaskonstante, t-Zeit, T-Temperatur,  $T_0$ -Anfangstemperatur,  $T_c$ -kritische Temperatur,  $\sigma_T$ -Standardabweichung,  $\mu_T$ -Erwartungswert,  $\lambda(T)$ -Wärmeleitfähigkeit,  $\gamma$ - Adiabatenkoeffizient

- Dank an Herrn K. Domanski, Herrn T. Ulrich, Mike Wilbert und allen Anderen, die uns geholfen haben

Φ Demtröder: Experimentalphysik Φ Prof. A. von Keudell: Physik I Skript, Ruhr-Universität-Bochum Φ Mike Wilbert: Auswertungsprogramm "Ploppanalyse" Φ Akustische Aufnahmen: Reaper Φ Φ Viro E, Ponomarenko A. 2015 Popcorn: critical temperature, jump and sound. J. R. Soc. Interface 12: 20141247. <http://dx.doi.org/10.1098/rsif.2014.1247> Φ NIST [www.nist.gov](http://www.nist.gov), Stand: 22.06.17 Φ