

Untersuchung laminarer und turbulenter Strömungen

Teilnehmer: Aisha Bachmann, Pascal Klein, Alexander Linda, Gianluca Ponza
 Projektleiter: Björn Sonnenschein

Motivation

Ziel unseres Experimentes war es, die Auswirkung einer **Veränderung der Reynoldszahl** anhand der **Navier-Stokes-Theorie** zu untersuchen. Unsere Motivation hierfür erfolgte aus der Relevanz der Reynoldszahl in der Industrie, da sich die Untersuchungsergebnisse von Modellen auf reale Objekte übertragen lassen. Hierfür haben wir die Strömungen am Beispiel kugelförmiger Objekte mit verschiedenen Durchmessern beobachtet und die gleichen Situationen am Computer simuliert.

Grundlagen

Die Navier-Stokes-Gleichungen sind ein System gekoppelter Differentialgleichungen zur analytischen Beschreibung fluider Medien.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u \nabla \rho = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + (u \nabla) u = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \frac{\eta}{\rho} \nabla^2 u + \frac{1}{\rho} f$$

$$\nabla u = 0$$

Größe	Symbol	Einheit
Geschwindigkeit	u, u_{crit}	$m s^{-1}$
Druck	p	$kg m^{-1} s^{-2}$
Dichte	ρ	$kg m^{-3}$
Beschleunigung	$\frac{\partial u}{\partial t}$	$m s^{-2}$
Dynamische Viskosität	η	$kg m^{-1} s^{-1}$
Äußere Kraft	f	$kg ms^{-2}$
Abmessung	L	m

Das LGS folgt aus:

Kontinuitätsgleichung, Impulsgleichung, Volumenerhaltung

Es werden inkompressible Fluide verwendet. => vereinfachte Gleichungen.

Da das Gleichungssystem nicht analytisch gelöst werden kann, bleibt nur noch die Möglichkeit diese numerisch zu simulieren.

Reynoldszahl:

Die Reynoldszahl ist ein dimensionsloser Wert, der das Verhalten von Strömungen beschreibt. (Turbulent oder laminar.)

Bei verschiedenen Systemen mit geometrisch ähnlichen Körpern: Gleiche Reynoldszahl <=> Identische Turbulenzen

$$Re_{crit} = \frac{\rho L u_{crit}}{\eta}$$

Aufbau

Der Aufbau erfolgt wie in Abb. 1. Hierbei ist anzumerken, dass in das Holzbrett ein Loch gesägt wurde, um den Faden gerade in das Rohr herunterlassen zu können. Der Faden ist gesichert, um starke Schwingungen zu vermeiden. Die Skalierung dient zur späteren Bestimmung der Geschwindigkeit der Kugel. Der Motor ist ein Gleichspannungsmotor, der mit einer Spannungsquelle verbunden ist. Außerdem ist an ihm eine Rolle angebracht, über die der Faden abgewickelt wird. Die Kamera ist für jede Messung an der exakt gleichen Position aufgestellt.

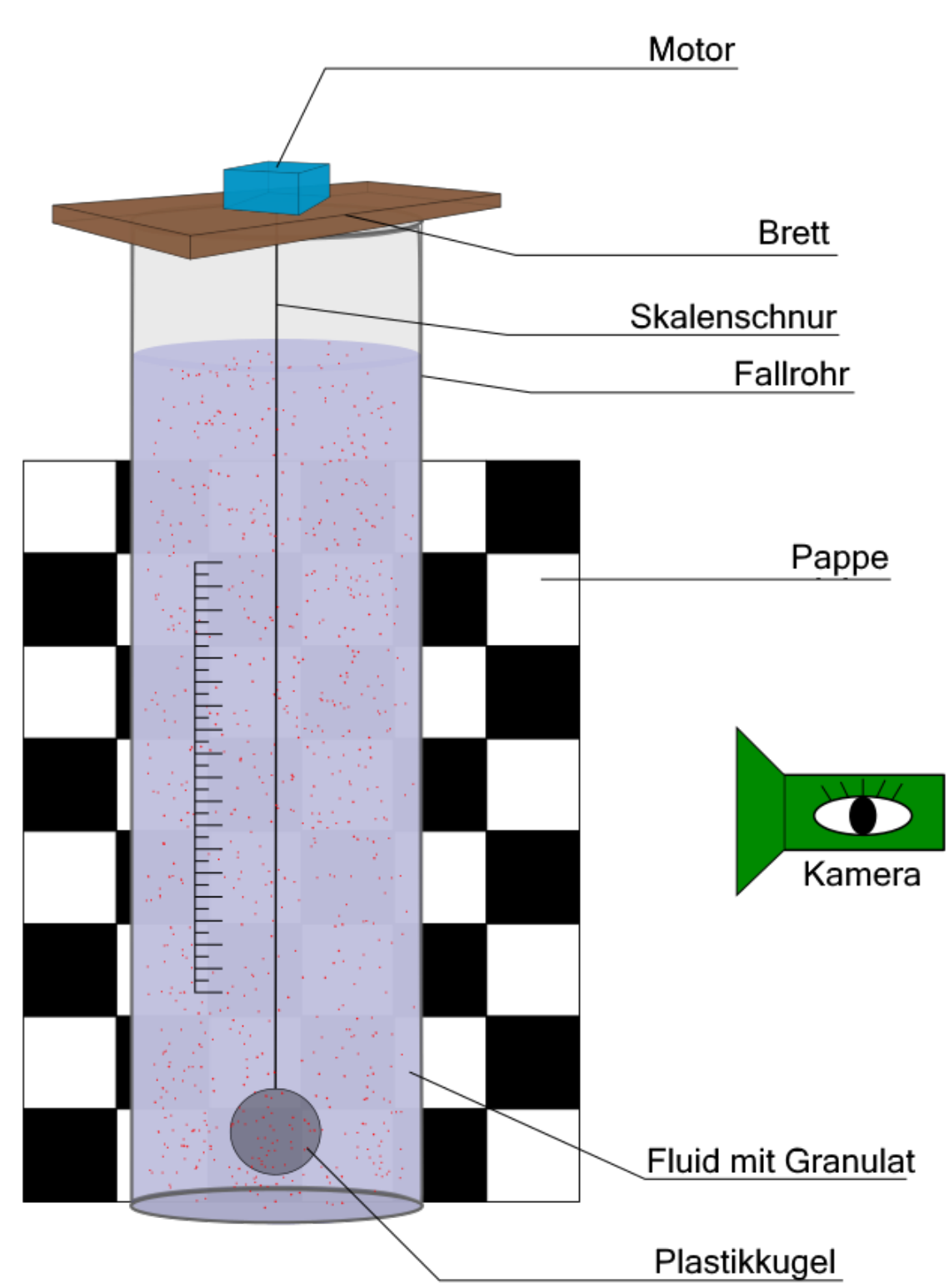


Abb. 1: Versuchsaufbau

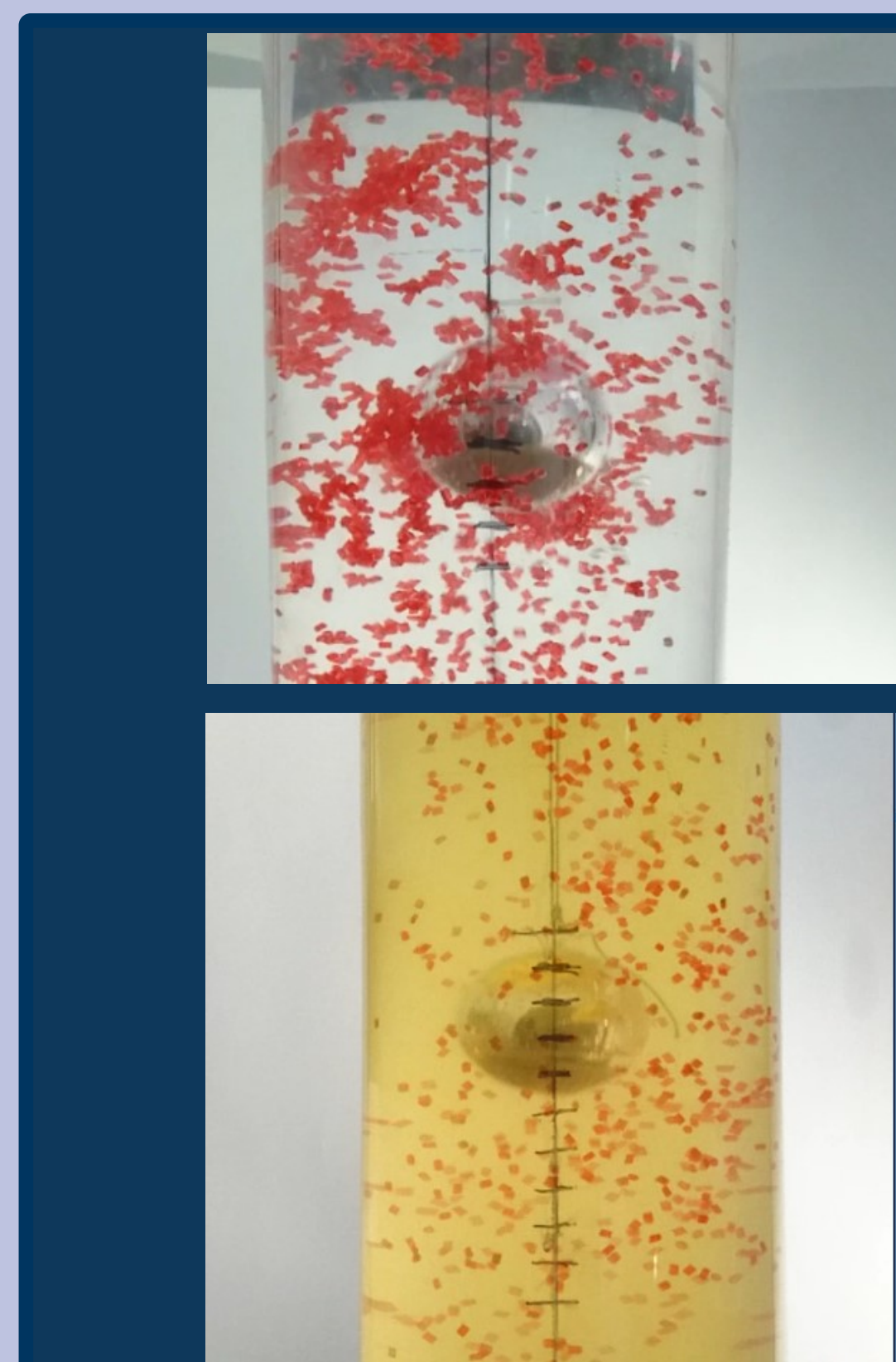


Abb. 2: Durchführung mit Wasser (o.) und Öl (u.)

Durchführung

- Das Fluid (Wasser, Rapsöl) wurde in das Fallrohr gefüllt
- Die gewählte Kugel (4 cm, 5 cm, 6 cm) wurde auf ein Gewicht von 126,7 g gebracht
- Dann wurde sie am Faden befestigt und in das Fallrohr hinunter gelassen
- Es wurde mit der Messung gewartet bis die Schwingung des Fadens minimal ist
- Die Videoaufnahme wurde gestartet und das Granulat hineingegeben
- Der Motor wurde voll aufgedreht und dann gestartet
- Sobald die Kugel das Ende der Flüssigkeitssäule erreichte, wurde die Aufnahme beendet und abgespeichert
- Die Messung wurde dreimal pro Kugel je Flüssigkeit durchgeführt
- Das Fluid wurde ausgetauscht und alle Messungen wurden erneut durchgeführt

Literatur:
 - Wolf, Jörg (SoSe 2014). Einführung in die Theorie der Navier-Stokes Gleichungen (PDF): <https://www.math.hu-berlin.de/~jwolf/web/NSEss2014.pdf>
 - von Keudell, Achim. Physik I. Mechanik und Wärmelehre. 1. Auflage, Ruhr-Uni-Bochum. WiSe 2015/2016. S.150-170.
 Spezielle Software: OpenCV, Spyder (Anaconda, Python 3.6), Inkscape, Origin, SPHysics, ParaView

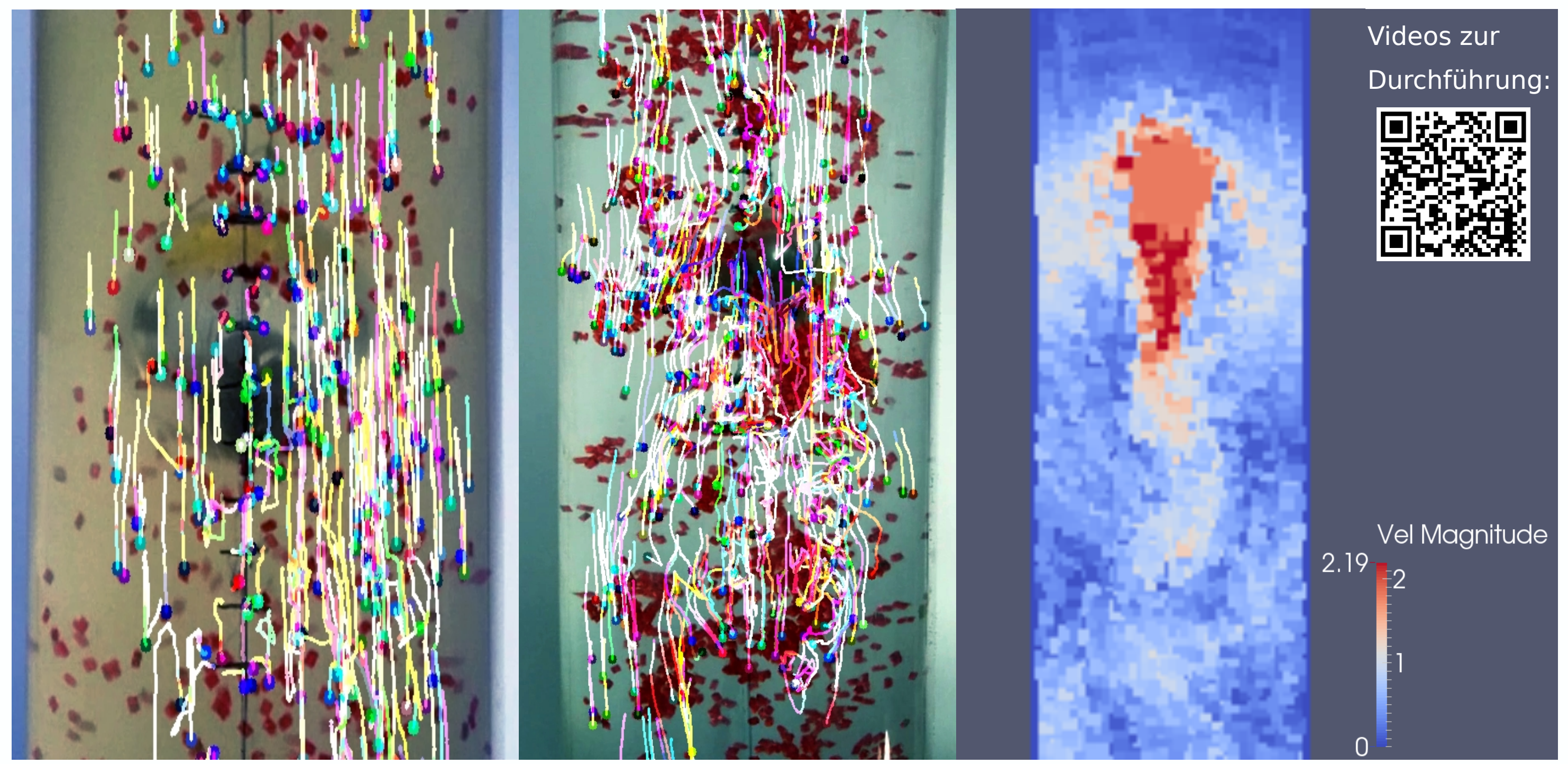


Abb. 3: L = 6 cm in Öl (l.); Vergleich Experiment (m.) und Simulation (r.) bei L = 4 cm in Wasser

Simulation (Smooth-particle-hydrodynamics)

Methode zur numerischen Lösung der Navier-Stokes-Gleichungen für ein gegebenes System:

- Einteilung des Fluids in einzelne Elemente (Particles) und Verteilung in dem durch die Randbedingungen definierten Bereich
- Wirkung der Teilchen beschränkt auf eine Umgebung, quantitativ über sog. Kernfunktion $W_h(\Delta r)$, mit Parameter h: Glättungslänge, nimmt mit größerer Distanz Δr ab und verschwindet für $\Delta r \geq h$
- Damit räumliche Verteilung einer physikalischen Zustandsgröße A für ein Partikel: $A(r) \approx \int \frac{A(r')}{\rho(r')} W_h(|r-r'|) \rho(r') dr'$
- Räumliche Ableitungen ∇A und ΔA hängen nur gemäß der Kernfunktion W_h vom Ort, genauer nur vom Abstand, ab
- Wirkung aller Partikel über Summation: $A_s(r) = \sum_{j=1}^N m_j \frac{A(r_j)}{\rho(r_j)} W_h(|r-r_j|)$

Auswertung

Aus der ermittelten Geschwindigkeit wurde für jede Kugel die Reynoldszahl und ihr Fehler bestimmt (Tab. 1).

Diese wurde dann in einem Diagramm gegen die Amplitude der jeweils verursachten Strömung aufgetragen (Diagr. 1 & 2). Der Fehler für die Reynoldszahl ergibt sich durch die Gauß'sche Fehlerfortpflanzung und der Fehler der Amplitude aus dem Ablesefehler. Hierbei ließ sich erkennen, dass die Reynoldszahl keine Auswirkung auf die Amplitude hat. Außerdem wurde die Art der Strömung (laminar oder turbulent) bestimmt. Des Weiteren wurden die Ergebnisse des Video Trackings mit den Ergebnissen der Simulation verglichen (Abb. 3):

- Simulation und Experiment stimmen im Hinblick auf turbulente oder laminare Strömungen überein

Tabelle 1: Reynoldszahlen

Fluid	Durchmesser in cm	Reynoldszahl	ΔRe
Wasser	4,0	7187	98
	5,0	8984	103
	6,0	10781	112
Öl	4,0	106	1,4
	5,0	132	1,5
	6,0	158	1,5

$\Delta L = 0,5 \text{ cm}$

- Je höher die Reynoldszahl im turbulenten Bereich, desto größer ist die beobachtete Turbulenz, sowohl im Experiment als auch in der Simulation

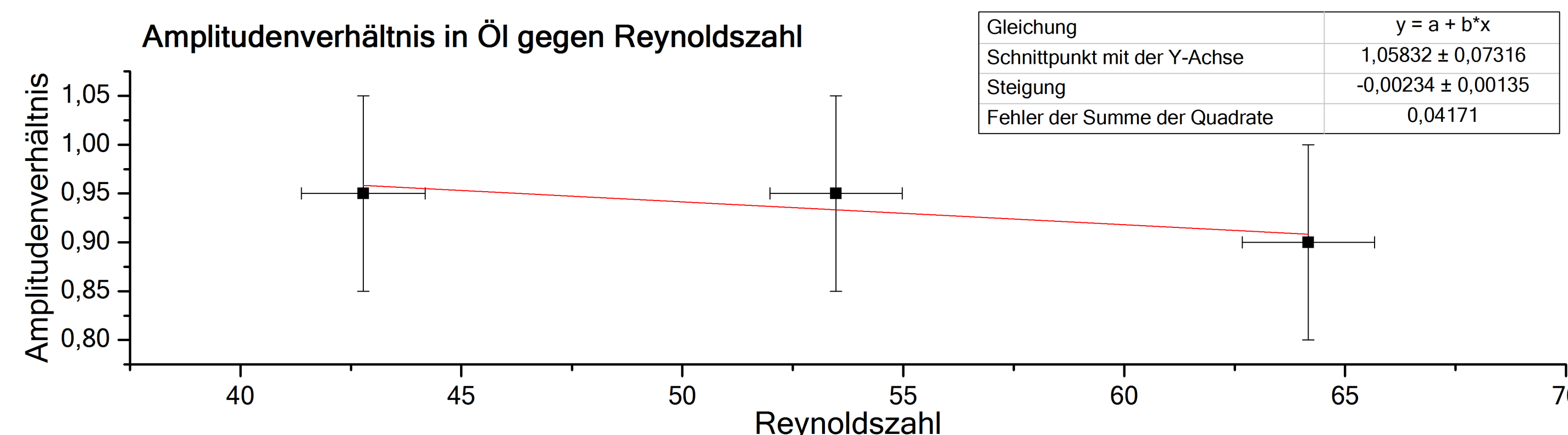
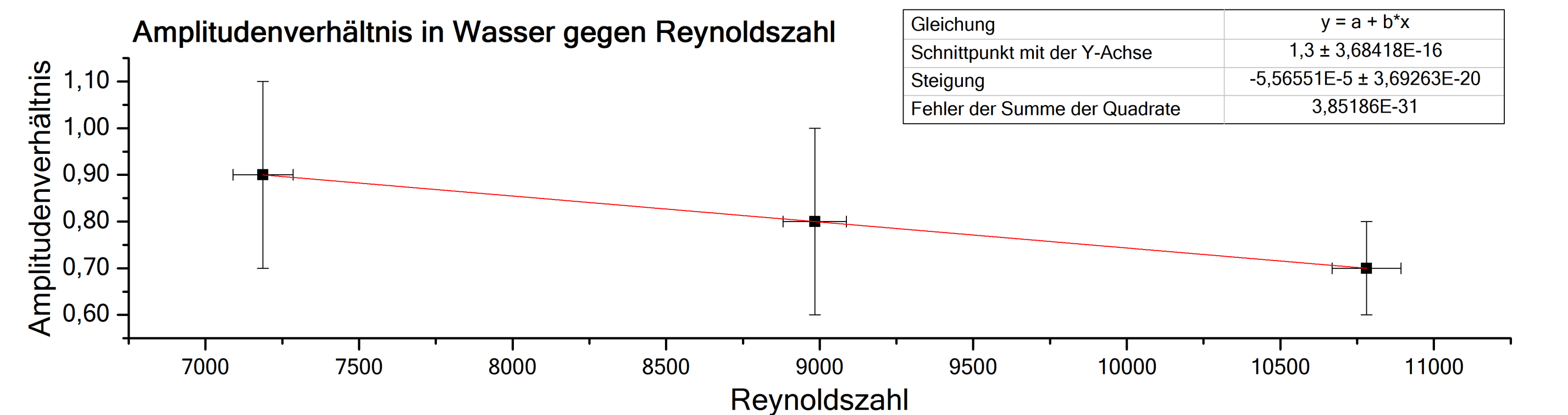


Diagramm 1 & 2: Verhältnis des Durchmessers der Kugel zur Strömungsamplitude gegen die jeweiligen Reynoldszahlen aufgetragen

Fazit

Die Ergebnisse unseres Experimentes zeigen eine **grobe Übereinstimmung** zwischen Experiment und Simulation. Allerdings ist aufgrund vieler Fehlerquellen, wie z.B. der Eigengeschwindigkeit des Plastikgranulats; Messungenauigkeiten von Zeit, Länge, Gewicht der Kugel und Amplitude, keine genauere Aussage über das Ergebnis zu treffen. Zudem konnte die genaue Übereinstimmung der Turbulenzen in Simulation und Experiment **nicht überprüft** werden.