

Untersuchung des Magnus-Effekts

Fabian Hölzken, Leon Padeck, Johan Wulff

Betreuung: Lukas Dirks

Motivation

Der Magnus-Effekt ist ein physikalisches Phänomen, welches uns im Alltag sehr häufig begegnet. Jeder Fußball-, Tischtennis- oder Baseballspieler macht ihn sich zu Nutze. Da die physikalische Erklärung dieses Effekts weit weniger bekannt ist als das Phänomen selbst, wollen wir mit dem SOWAS-Versuch zu einem vertieften Verständnis des Magnus-Effekts beitragen. Der Magnus-Effekt tritt immer dann auf, wenn sich ein rotierender Körper relativ zu einem Medium bewegt. Einfachstes Beispiel hierfür ist ein rotierender Ball, welcher durch die Luft fliegt. Im Rahmen unseres Projekts möchten wir die Abhängigkeit des Magnus-Effekts von der Umdrehungsgeschwindigkeit des Flugkörpers untersuchen. Hierfür lassen wir einen rotierenden Zylinder durch die Luft fallen und messen die dabei auftretende Ablenkung durch den Magnus-Effekt. Das theoretische Modell des Effekts basiert auf der Bernoulligleichung, deren Gültigkeit im Vergleich mit den experimentell bestimmten Werten überprüft wird.

Physikalische Grundlagen

Auf das Strömungsbild eines rotierenden fallenden Zylinders lässt sich die Bernoulligleichung anwenden: An der rechten Seite des Zylinders wird die Luft durch Reibung beschleunigt, während sie an der linken Seite abgebremst wird (Abb. 1).

Gemäß der Bernoulligleichung herrscht nun auf der linken Seite ein größerer Druck als auf der rechten, sodass eine Kraft \vec{F} senkrecht zur Bewegungsrichtung des Zylinders wirkt. Es ergibt sich ein Druckunterschied ΔP :

$$\Delta P = P_{rechts} - P_{links} = \frac{\rho}{2}(v_{rechts}^2 - v_{links}^2) = \frac{\rho}{2}((\vec{v} + \vec{\omega} \times \vec{r})^2 - (\vec{v} - \vec{\omega} \times \vec{r})^2) = 2\rho\vec{r}(\vec{v} \times \vec{\omega})$$

Die Kraft $d\vec{F}$, die auf ein infinitesimales Oberflächenelement wirkt, ist:

$$d\vec{F} \approx 2\rho l (\vec{r} \times \vec{\omega} \cos\phi) \vec{r} d\phi$$

$$\Rightarrow \vec{F} = 2\rho l r^2 \vec{v} \times \vec{\omega} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos^2\phi d\phi = \pi\rho l r^2 \vec{v} \times \vec{\omega}$$

$$\Rightarrow \vec{a} = \frac{\pi\rho l r^2 \vec{v} \times \vec{\omega}}{m_{Zylinder}} \Rightarrow \vec{a}_{ges} = \frac{\pi\rho l r^2 \vec{v} \times \vec{\omega}}{m_Z} - \vec{g} - k|\vec{v}|\vec{v}$$

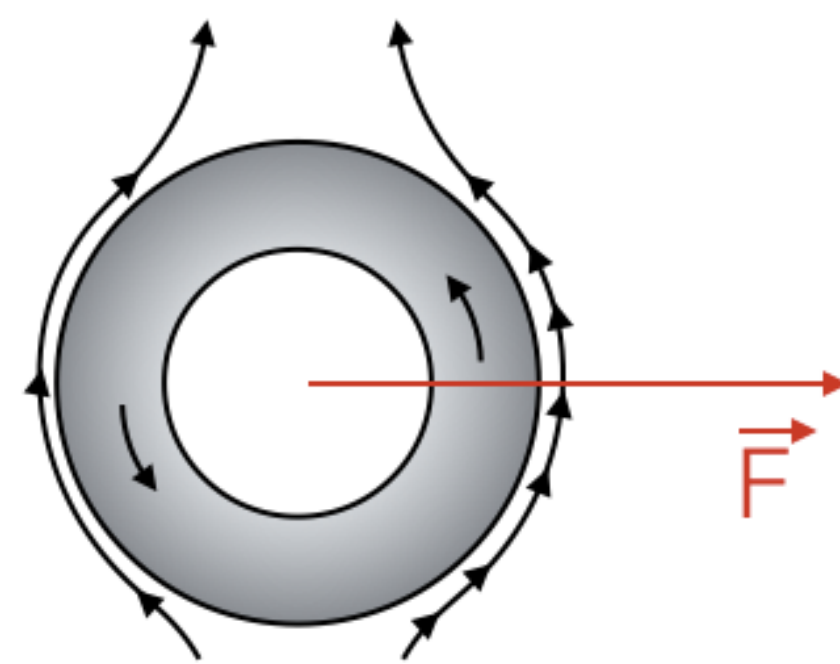


Abb. 1: Strömungsbild am Zylinder

Dabei gilt für die letzte Bewegungsgleichung die Annahme, dass der Zylinder durch einen Reibungsterm quadratisch zu \vec{v} gebremst wird.

Mit ρ = Luftdichte; \vec{v} = Geschwindigkeit; $\vec{\omega}$ = Winkelgeschwindigkeit; r = Zylinderradius; l = Zylinderlänge; m_Z = Zylindermasse; \vec{a} = Beschleunigung des Zylinders; \vec{a}_{ges} = Beschleunigung des Zylinders mit der Reibungs- und Gewichtskraft

Ablenkung durch Turbulenzen:

- Aufgrund der Reibung löst sich die Grenzschicht auf der linken Seite früher als auf der rechten.
- Durch die Ablösung der Grenzschicht entstehen Turbulenzen, die schräg hinter dem Zylinder verlaufen.
- Der Strömungsverlauf der Luft trägt zur Ablenkung des Zylinders bei.
- Aufgrund seiner Komplexität wurde dieser Effekt ignoriert.

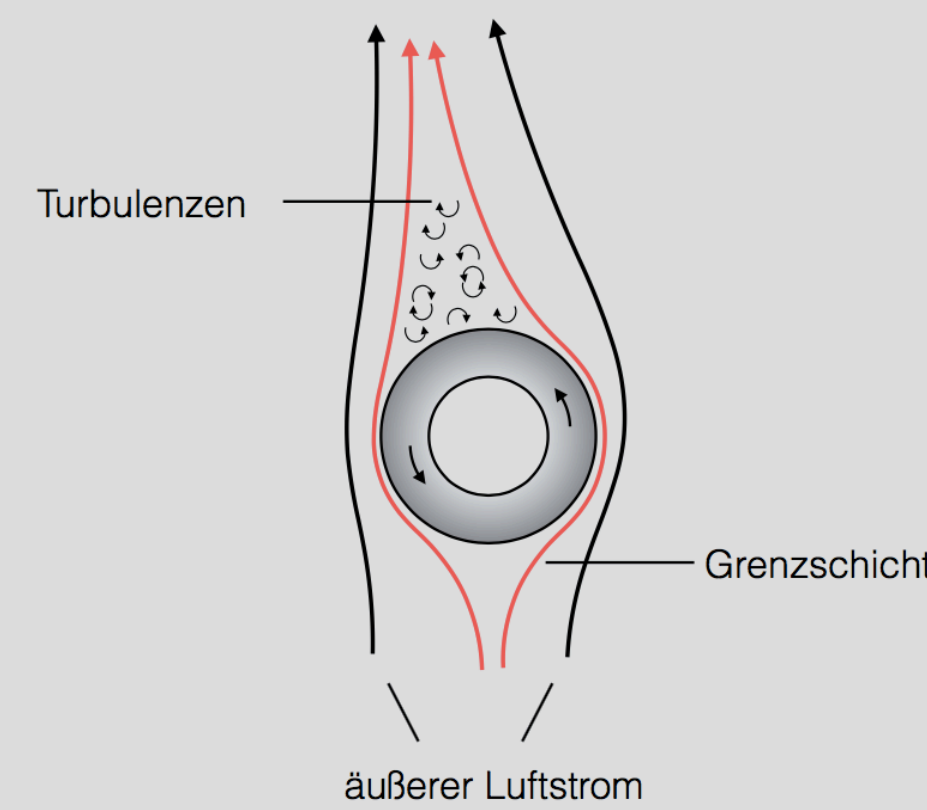


Abb. 2: Turbulenzbildung am Zylinder

Aufbau & Durchführung

Der Versuchsaufbau ermöglicht sowohl die Untersuchung des Magnus-Effekts in Abhängigkeit von der Umdrehungsgeschwindigkeit eines Zylinders als auch die Erstellung der Bahnkurve eines rotierenden Zylinders. Dazu wird ein Zylinder in einer Höhe h mit Hilfe eines Drehmotors in Rotation versetzt und nach Erreichen einer bestimmten Umdrehungsgeschwindigkeit über einem Sandkasten fallen gelassen, so dass die Ablenkung des Zylinders am Auftreffpunkt am Boden gemessen werden kann. Gleichzeitig wird der Flug des Zylinders mit einer Kamera aufgenommen und mit einem Tracking-Programm verfolgt.

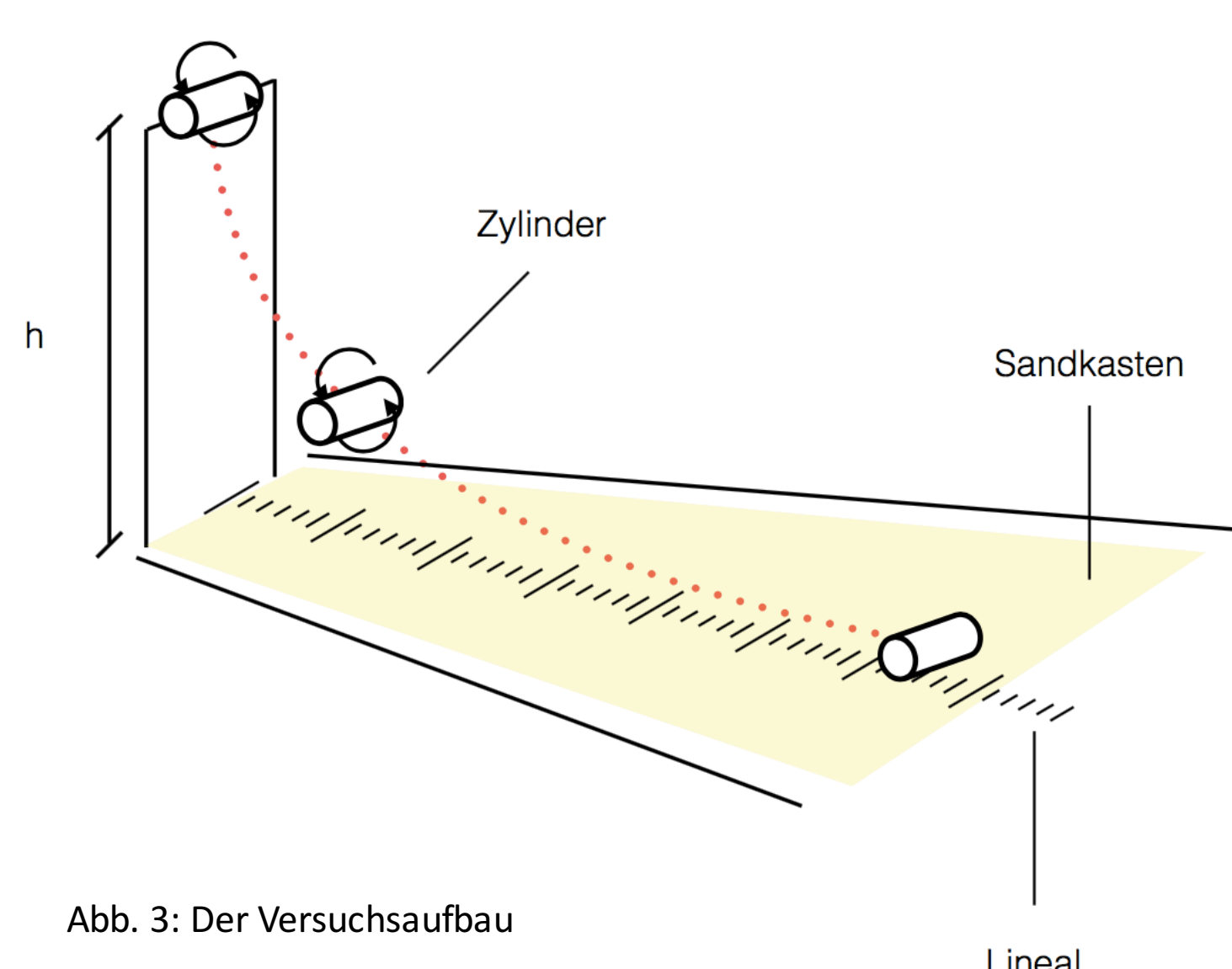
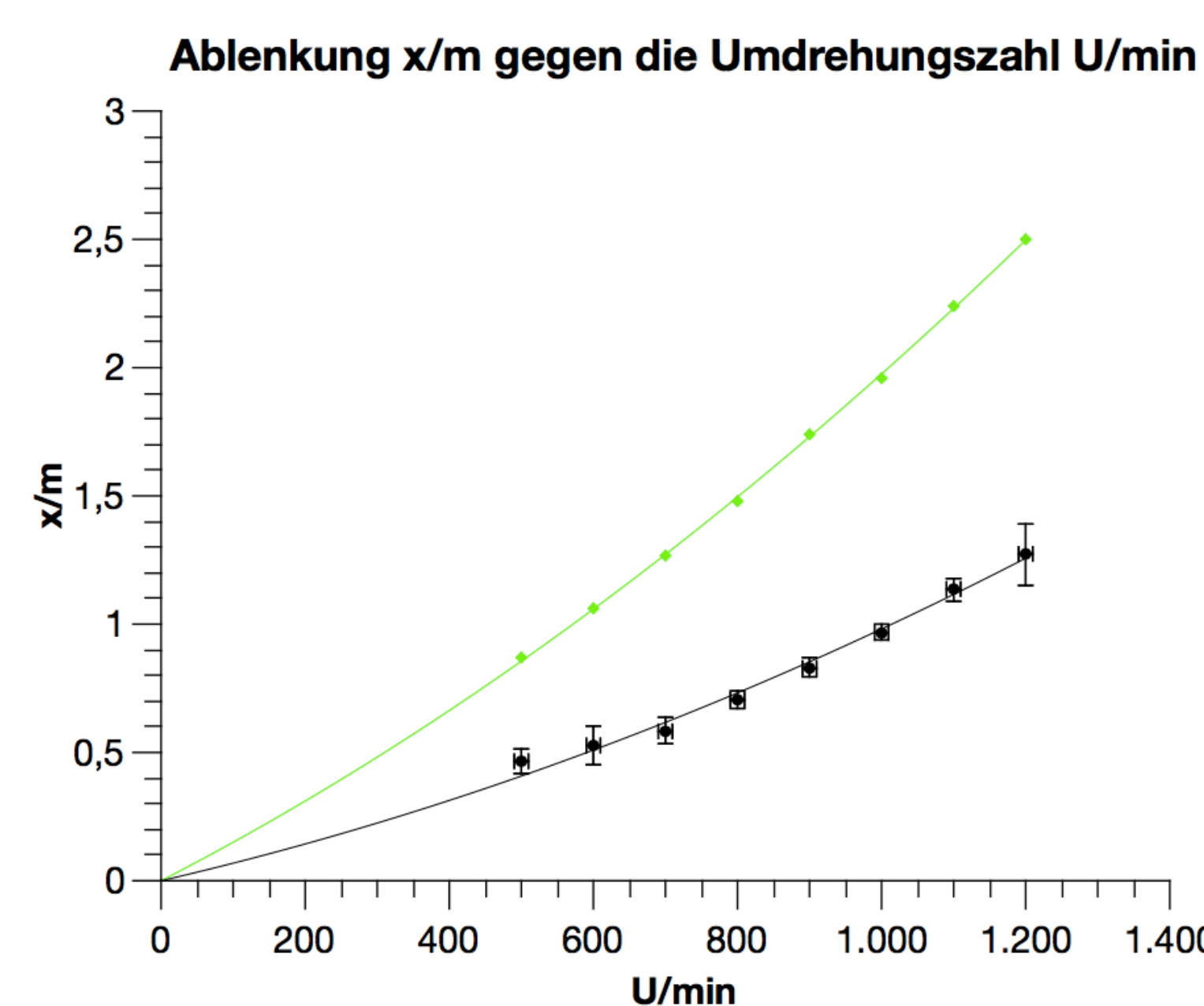


Abb. 3: Der Versuchsaufbau

Ergebnisse

Da die Auslösemechanik des Versuchsaufbaus die Ablenkung des Versuchszylinders bei jedem Flug beeinflusst, werden die Weiten für jede Umdrehungszahl mehrmals gemessen. Bei der Messung der Ablenkung in Abhängigkeit von der Umdrehungsgeschwindigkeit wird pro Umdrehungszahl 10 mal gemessen. Der Mittelwert der Messungen wird als Ablenkung sowie die Standardabweichung als Fehler aufgetragen. Bei der Ablenkung in Abhängigkeit von der Umdrehungszahl ergibt sich folgender quadratischer Zusammenhang:



- gemessene Weite x/m
- berechnete Weite
- quadratischer Fit
- quadratischer Fit

$$x_{1,2}(U) = a_1 * U + a_2 * U^2$$

$$a_1 = 0,0014 \pm 0,000023 \text{ m} * \text{s}$$

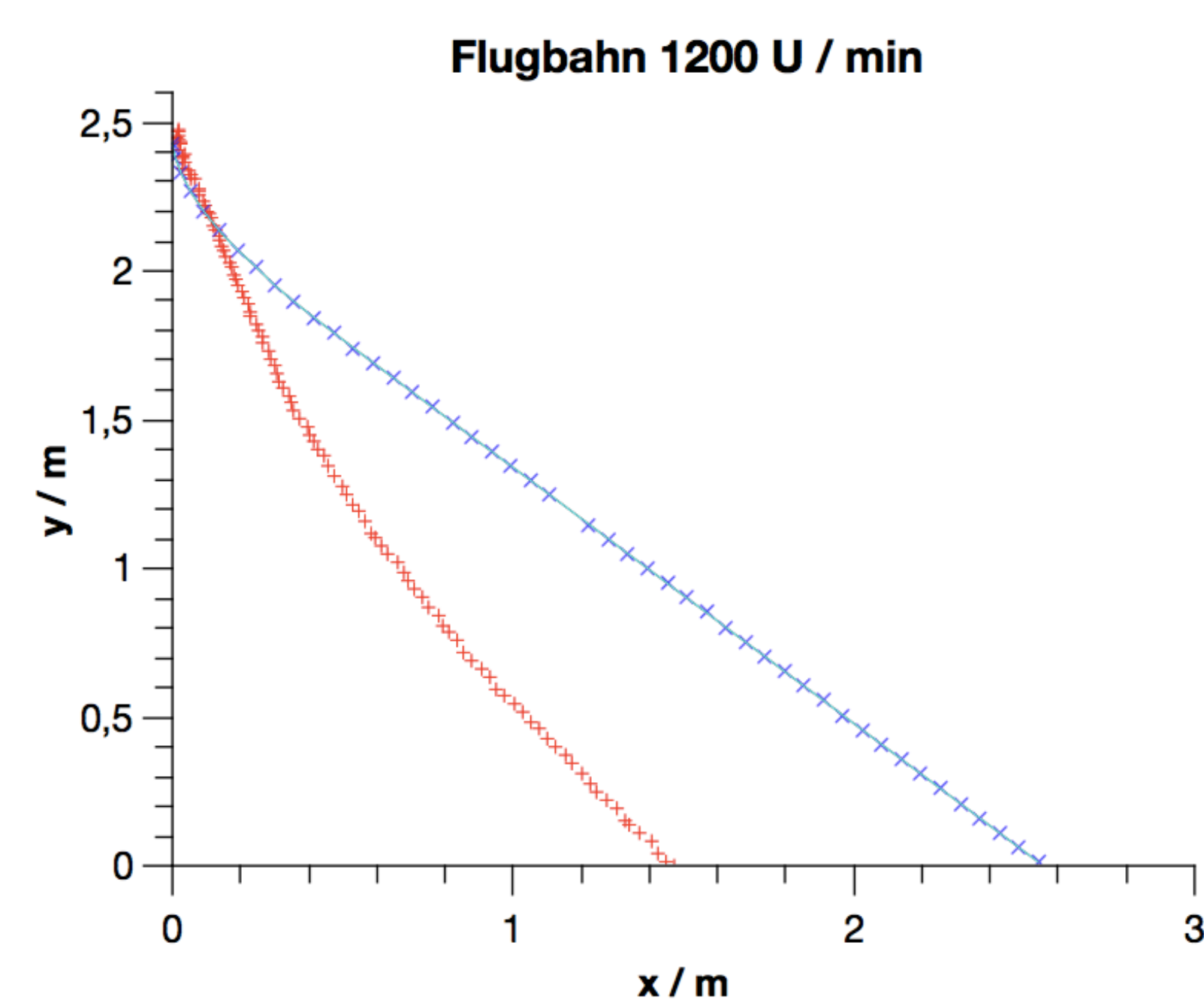
$$a_2 = 0,0000005 \pm 0,000000023 \text{ m} * \text{s}$$

$$x_{3,4}(U) = a_3 * U + a_4 * U^2$$

$$a_3 = 0,0015 \pm 0,000023 \text{ m} * \text{s}$$

$$a_4 = 0,0000005 \pm 0,000000024 \text{ m} * \text{s}$$

Die Auftragsungen der mit dem Tracking-Programm aufgenommenen und der berechneten Flugbahn zeigen in ihrem Verlauf einen großen Unterschied zwischen dem theoretischen Modell und der Messung (am Landepunkt ca. 70%). Weiter wird deutlich, dass sich um den Zylinder bereits vor seinem Fall eine Grenzschicht sowie Turbulenzen bilden, denn der Zylinder erfährt zu Beginn seines Fluges eine größere Ablenkung als durch die entsprechende Bewegungsgleichung errechnet wird:



- aufgenommene Flugbahn
- berechnete Flugbahn



Über diesen QR-Code kann der Flug beobachtet werden, der mit dem Tracking Programm ausgewertet wurde

Auswertung

Für die Ablenkung des Zylinders in Abhängigkeit von der Umdrehungsgeschwindigkeit konnte ein quadratischer Zusammenhang nachgewiesen werden, was im Ansatz mit dem theoretischen Modell übereinstimmt. Allerdings weichen die gemessenen Ergebnisse stark von dem Modell ab. Die Gründe für diese Abweichung liegen sowohl in der idealisierenden Annahme einer konstanten Winkelgeschwindigkeit als auch in der recht starken Turbulenzbildung hinter dem Zylinder. Außerdem wird der Einfluss der Luftreibung durch den vereinfachten Ansatz der Newton-Reibung nur näherungsweise berücksichtigt.

Fazit

Die Ergebnisse zeigen, dass der Magnus-Effekt durch die Bernoulligleichung beschrieben werden kann. Allerdings ergeben sich durch Turbulenzbildung und Reibungskräfte Bewegungsgleichungen, die sich nicht analytisch lösen lassen. Insbesondere die Annahme, dass die Umdrehungsgeschwindigkeit während des Flugs konstant bleibt, lässt das theoretische Modell stark von den experimentell ermittelten Werten abweichen. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass der Magnus-Effekt qualitativ recht einfach beschrieben werden kann, er aber bei genauerer Betrachtung ein sehr komplexes Phänomen darstellt, das nur durch Idealisierungen in allen seinen Facetten erfasst werden kann.

Unser besonderer Dank gilt Herrn Domanski und Herrn Ullrich für die geduldige technische Unterstützung, Herrn Dr. Dreher für die Hilfe bei der theoretischen Auswertung, sowie Herrn Dr. Kleimann, Alexander Ganz und Tim Schwabe für den Maple-Support.

Quellen:

- A. von Keudell : Mechanik und Wärmelehre, Ruhr Universität Bochum, 2015
- <http://people.physik.hu-berlin.de/~mitdank/dist/scriptnm/magnus-versuch.htm> Bochum, den 23.06.2017