

# Rayleigh–Bénard–Konvektion

Judith Becker, Kevin Lorenz, Jannis Kostrzewa

Betreuung: Lennart Baalmann

## Motivation

Die Wärmeübertragung spielt eine wichtige Rolle im täglichen Leben. Beispielsweise sind Heizungen in der Regel unterhalb eines Fensters platziert. Bei solchen Heizungen steigt die warme Luft am Fenster auf, kühlt sich im oberen Bereich ab und sinkt auf der anderen Seite wieder zum Boden; es bildet sich eine Luftzirkulation. Hier wird die Wärme also durch *Konvektion* übertragen. In unserem SOWAS Projekt möchten wir uns mit der Konvektion beschäftigen, spezieller mit der **Rayleigh–Bénard–Konvektion**.

## Theorie

Die **Rayleigh–Bénard–Konvektion** bildet einen Spezialfall der Konvektion und ist ein Beispiel sich selbst regulierender Systeme. Dabei wird eine ebene Flüssigkeit in einem Gefäß von unten erhitzt und von oben gekühlt. Durch das Erhitzen der Flüssigkeit verringert sich die Dichte am Grund des Gefäßes, während die Dichte an der oberen Schicht durch Kühlen erhöht wird. Ab einer kritischen Temperaturdifferenz sinkt die dichtere, kühlere Flüssigkeit aufgrund der Gravitation auf den Grund und die wärmere Flüssigkeit steigt auf. Unter weiterem Erhitzen und Kühlen entstehen stabile **Konvektionszellen**. Diese übernehmen den Wärmeübertrag des Systems.

Die dimensionslose **Rayleigh-Zahl** beschreibt den Wärmeübertrag in einer Flüssigkeit und ist damit charakteristisch für die Konvektion. Unterhalb eines kritischen Wertes geschieht der Wärmeübertrag durch Wärmeleitung, oberhalb durch Konvektion. Die Rayleigh-Zahl ist folgendermaßen definiert:

$$Ra = \frac{\beta g \Delta T l^3}{\nu a} \quad (1)$$

$\Delta T$  bezeichnet die Temperaturdifferenz der beiden Schichten,  $g$  die Erdbeschleunigung und  $l$  die Schichthöhe. Die drei eingehenden Materialkonstanten sind der Wärmeausdehnungskoeffizient  $\beta$ , welcher zur Entstehung der Konvektionszellen positiv sein muss, die kinematische Viskosität  $\nu$  und die Temperaturleitfähigkeit  $a$ . Diese Materialkonstanten sind von der Temperatur der Flüssigkeit abhängig.

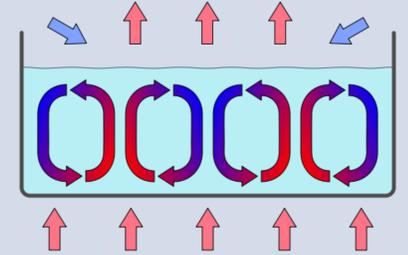


Abb. 1: Seitenansicht der Konvektionszellen

## Versuchsbeschreibung

Abbildung 2 entsprechend wird ein Topf mit der zu untersuchenden Flüssigkeiten befüllt und mit Metallpigmenten (hier: Aluminium, Kupfer) versetzt. Dann wird der Topf mit der Flüssigkeit auf einer Induktionsplatte erhitzt. Dieser Vorgang sollte möglichst schnell geschehen, um einen ausreichenden Temperaturgradienten zwischen Ober- und Unterseite zu gewährleisten. In dem Moment, in dem sich die Konvektionszellen ausbilden, werden die Temperaturen am Grund und an der Oberfläche gemessen. Dabei wurde die Flüssigkeitsmenge in 10 ml Schritten erhöht (Startwert 30 ml) und jeweils 5 Messwerte für  $T_{\text{Unterseite}}$  und  $T_{\text{Oberfläche}}$  bestimmt. Die Messung wurde mit den Flüssigkeiten Sonnenblumenöl, Silikonöl, Glycerin und Paraffin durchgeführt. Ziel des Versuches ist es anhand der Messergebnisse Rückschlüsse auf die Bildung der Konvektionszellen für verschiedene Flüssigkeiten zu schließen.

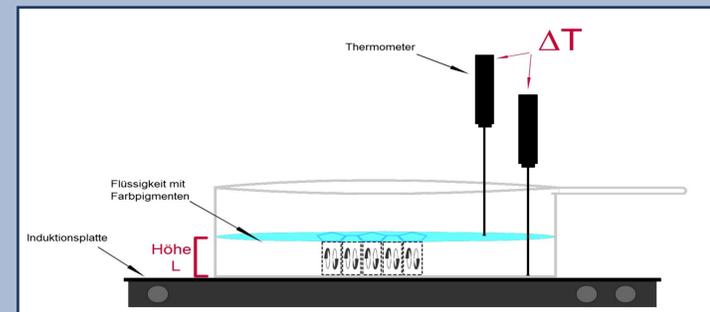


Abb.2 Versuchsaufbau

## Versuchsauswertung

Ausgehend von Gleichung (1) wurde zur Auswertung  $\Delta T$  in Abhängigkeit von  $l^{-3}$  aufgetragen wie in den Abbildungen 3-6 dargestellt, unter der Annahme konstanter Rayleigh-Zahl und annähernd konstanter Koeffizienten  $\beta, \nu, a$ . Dazu konnte der Topf hinreichend genau als Zylinder genähert werden und dadurch die Flüssigkeitsmenge in die entsprechende Höhe umgerechnet werden. Als Fehler für die Temperatur wurden  $2,5^\circ\text{C}$  angesetzt, was zu einem Fehler von  $5^\circ\text{C}$  für die Temperaturdifferenz führt. Aufgrund der teils großen Schwankungen der Messwerte haben wir uns dafür entschieden alle Messwerte anstatt der Mittelwerte in die Diagramme aufzunehmen, um die Streuung deutlich zu zeigen.

Wie zu erkennen, zeichnet sich bei keinem der Diagramme ein linearer Zusammenhang ab. Zudem zeigen die Kurven keine ähnlichen Graphen, sodass keine einheitliche Aussage über den funktionellen Zusammenhang zwischen  $\Delta T$  und  $l^{-3}$  getroffen werden kann. Qualitativ lässt sich sagen, dass die Zellen bei niedriger Flüssigkeitshöhe von wenigen Millimetern einen Durchmesser von 3-10 Millimetern hatten und räumlich sehr stabil waren. Bei zunehmender Schichthöhe wuchs die Größe der Zellen auf bis zu 2 Zentimetern Durchmesser. Weiterhin wurden die Zellen mit ansteigender Flüssigkeitshöhe auch zunehmend instabiler.



Abb. 3: Aufnahme der Konvektionszellen von Silikonöl

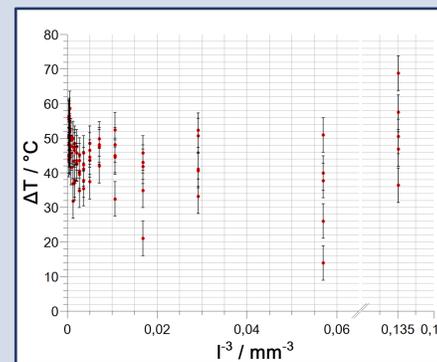


Abb. 4: Sonnenblumenöl

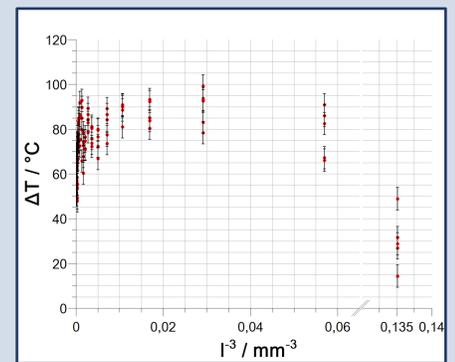


Abb. 5: Silikonöl

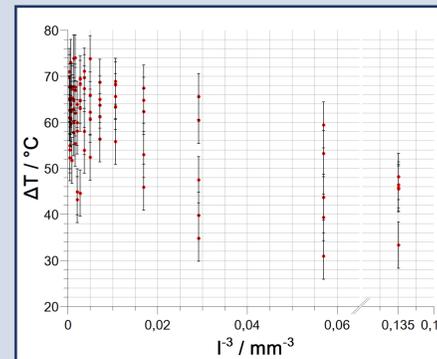


Abb. 6: Glycerin

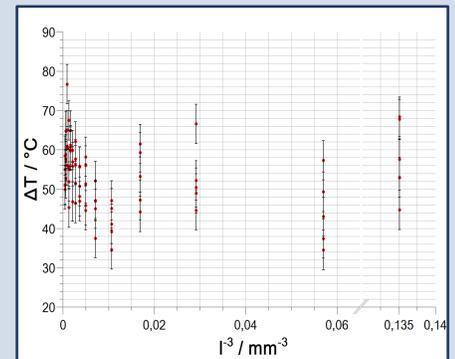


Abb. 7: Paraffin

## Fazit

Die Durchführung hat für alle 4 Flüssigkeiten gut funktioniert. Der Punkt, ab dem die Zellen sich gebildet haben, konnte sehr genau bestimmt werden. Die Durchführung hat für Wasser nicht funktioniert. Einerseits haben sich die Metallpigmente nicht gut mit der Flüssigkeit durchmischte. Hinzu kam, dass durch das Erhitzen das Wasser schnell begonnen hat zu Sieden und somit kein ausreichender Temperaturgradient erzeugt werden konnte.

Aufgrund von Formel (1) wurde ein linearer Zusammenhang zwischen  $\Delta T$  und  $l^{-3}$  angenommen, wobei die Rayleigh-Zahl, bei der die Konvektionszellen gebildet werden, einen festen Wert hat. Die Messergebnisse zeigen eine Abweichung von der Theorie und spiegeln nicht den erwarteten Zusammenhang wieder. Den größten Einfluss haben die Koeffizienten  $\beta, \nu, a$  in Gleichung (1), da sie temperaturabhängig sind. Vermutet wird, dass diese Temperaturabhängigkeit über eine Exponentialfunktion gegeben ist. Dadurch verändern sich die Koeffizienten bei geringer Änderung der Temperatur sehr stark. Da gleich drei solcher temperaturabhängiger Werte in Gleichung (1) einhergehen, lassen sich dadurch die Abweichungen erklären.

Abschließend lässt sich das Experiment als Erfolg ansehen. Trotz der aufgezeigten Abweichungen von der Theorie konnte ein Einblick in die Dynamik von Konvektionszellen gewonnen werden.

## Quellen

- Sinhuber, M. (2011), Turbulente Rayleigh–Bénard–Konvektion, URL: [pauli.uni-muenster.de/tp/fileadmin/arbeitsgruppen/friedrich/material/theses/Diplomarbeit\\_Michael\\_Sinhuber.pdf](http://pauli.uni-muenster.de/tp/fileadmin/arbeitsgruppen/friedrich/material/theses/Diplomarbeit_Michael_Sinhuber.pdf)
- Wörner, M. (1994), Direkte Simulation turbulenter Rayleigh–Bénard–Konvektion in flüssigem Natrium, URL: [https://www.iket.kit.edu/veroeffentlichungen/KfK\\_5228.pdf](https://www.iket.kit.edu/veroeffentlichungen/KfK_5228.pdf)
- Abb.1: <https://de.wikipedia.org/wiki/Rayleigh-B%C3%A9nard-Konvektion>