

## Motivation

Flaschenraketen existieren in diverser Form und können unter Anderem dazu genutzt werden das Prinzip der Impulserhaltung zu erklären. Wir haben uns daher dafür interessiert, ob man eine optimale Flaschenrakete bauen kann und wie sich der Einfluss einer realen Umgebung bemerkbar macht.

Dazu soll die Menge des Treibmittels(Wasser), des Energielieferanten(Komprimierte Luft) und der Einfluss von Flügeln und einer Traglast untersucht werden; auch soll untersucht werden was unter realen Bedingungen der optimale Winkel zum Abschuss eines ungesteuerten beschleunigenden Objektes ist.

Da die Theoretische Behandlung eine große Menge an Näherungen, die teilweise den Beobachtungen widersprechen, benötigt um zu einem analytisch lösbaren System zu kommen, wurde sich auf die experimentelle Untersuchung, Auswertung und Erklärung beschränkt.

## Physikalische Grundlagen

### 1) Schub

Allgemein lässt sich der die Schubenergie über die adiabatische Expansion der Luft im inneren der Flasche beschreiben. Dabei werden folgende Annahmen getroffen:

- Das Wasser ist ein inkompressibles Fluid
- Die Expansion geschieht so schnell, dass keine Wärme von der Flasche abgegeben werden kann.
- Die Flasche ist unverformbar

Über den Ansatz, lässt sich die Energie zusammenfassen zu:

$$W = p dV = \int_{V_0}^{V_{end}} \frac{c}{V^\gamma} dV$$

$W$ : Arbeit;  $p$ : Druck;  $V$ : Volumen;  $c$ : Konstante;  $\gamma$ : Adiabaten Koeffizient

Bzw. nach Berechnen des Integrals und mit

$$V_0 = (1 - f)V$$

$$W = \frac{pV}{-\gamma + 1} [(1 - f)^\gamma - (1 - f)]$$

$f$ : Prozentuale Füllmenge

### 2) Raketenflug

Aufgrund der schnellen Expansion der Luft, kann angenommen werden, dass das gesamte Wasser, welches für den Schub relevant ist, nach Verlassen der Startrampe, aus der Flasche gedrückt wurde.

Dadurch kann der Flug nach der Rampe über einen schiefen Wurf mit Newtonreibung genähert werden, wobei dabei äußere Einflüssen so wie Luft und die Ausdehnung der Flaschen vernachlässigt werden. So lässt sich das Problem auf 2 Dimensionen reduzieren, bzw. mit der DGL beschreiben:

$$\vec{F} = \vec{F}_G + \vec{F}_R$$

$$\dot{v}_x = -\frac{k}{m} v_x^2$$

$$\dot{v}_y = -\frac{k}{m} v_y^2 - g$$

$\vec{F}_G$ : Gewichtskraft;  $\vec{F}_R$ : Reibungskraft;  $k$ : Reibungskonstante;  $g$ : Erdbeschleunigung;  $m$ : Masse

Welche sich lösen lässt, mit

$$v_\infty = \sqrt{\frac{m}{k} g}$$

zu:

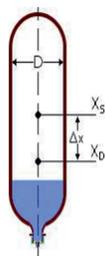
Sodass sich genauere Aussagen über den Flug der Rakete nur mit Informationen über Anfangsgeschwindigkeit und Zeit bis zum Umkehrpunkt machen lassen. Ausgehend von der Annahme, dass die Reibungskraft aufgrund ihrer Geschwindigkeit, nicht zu groß ist, kann man aus dem Vergleich mit einem reibungsfreien schiefen Wurf, erwarten, dass der Optimale Winkel für einen weiten Flug bei etwa 45° liegt.

### 3) Schwerpunkt

•Druckpunkt( $X_D$ ): Gewichtetes Mittel der Äußeren Kräfte (Luftreibung, Wind)  
 •Schwerpunkt( $X_G$ ): Gewichtetes Mittel der Massepunkte (Wirkpunkt für Gravitation und Schub)  
 Für einen stabilen Flug, ist es nötig, das Druck und Schwerpunkt, auf der Symmetrieachse der Flasche liegen, und sich der Druckpunkt hinter dem Schwerpunkt befindet, damit die Flasche vorne nicht von den äußeren Kräften weggedrückt wird, sondern vom Schub "gezogen" wird. Durch den symmetrischen Aufbau der Flasche, befinden sich beide Punkte schon auf der Symmetrieachse.  
 Befindet sich allerdings der Schwerpunkt zu weit vom Druckpunkt entfernt, bietet er einen größeren Hebelarm für seitlich angreifende Kräfte; Die Flasche kommt vom Kurs ab oder wird in Rotation versetzt.

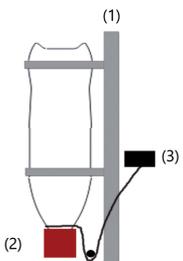
### 4) Flügel

Die Flügel bieten eine weitere Angriffsfläche für Luftreibung, so dass der Druckpunkt weiter nach hinten verschoben wird. Diese sollten aus einem leichten Material bestehen, um den Schwerpunkt nicht ebenfalls zu weit nach Hinten zu verschieben.  
 Weiter verändern Flügel auch das Strömungsverhalten um die Flasche herum, und können Wirbelbildung verhindern. Die Reibung wird geringer.  
 Inspiriert von Flugzeugflügeln, wollen wir Flügel so rundherum um die Flasche anbringen, Das auf einer Seite der Flügel ein Unterdruck erzeugt wird, und die Flasche in Rotation versetzt wird. Hierbei wird die Drehimpulserhaltung verwendet um die Rakete unempfindlicher gegen äußere Kräfte zu machen. Mögliche Folgen wären das Auftreten des Magnuseffektes: Durch die Rotation ist die Reibungskraft auf den Seiten des rotierenden Objektes unterschiedlich, das Objekt erfährt eine vom Wind abhängige Kraft, die es abdriften lässt.



## Versuchsaufbau

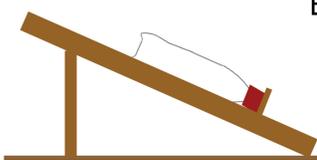
### Messung am Schubprüfstand



Nachdem die Rakete mit Wasser befüllt und in die Befestigungsvorrichtung (1) gebracht wurde, wird sie über das Ventilmodul (2) mit Luft bis zu einem bestimmten Druck befüllt.  
 Das Ventilmodul ist gleichzeitig auch der Startmechanismus.

Über eine Schnur, die fast reibungslos die Kraft umleitet, wird mit einem Cassy-Lab kompatiblen Kraftmessgerät der zeitliche Verlauf der Kraft aufgenommen.

### Entfernungs- und Genauigkeitsmessung

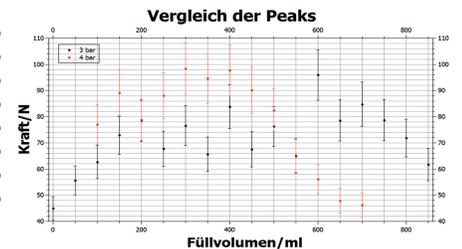
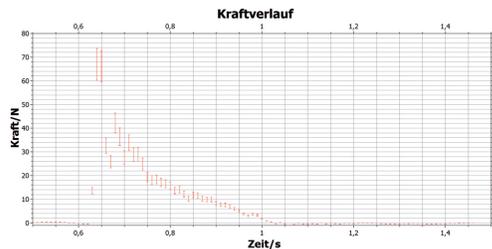


Die Flaschenrakete wird mit Wasser betankt und auf die Startrampe gebracht. Anschließen wird sie über (2) mit Luft befüllt und abgeschossen.

Es wird die Entfernung von der Rampe und einem zweiten Punkt bis zum Aufschlagsort bestimmt.

## Auswertung

### 1) Schubprüfstand



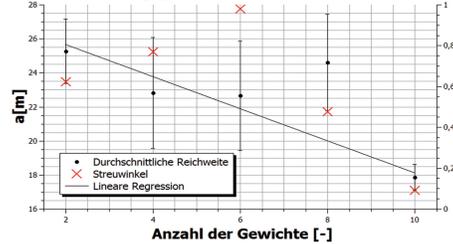
Wie in Diagramm 1 zu sehen ist, erreicht die Kraft nahezu sofort ihr Maximum und fällt im Verlauf von ca. 0,5s auf 0 ab.  
 Die Kraftverläufe sehen für alle Füllvolumen gleich aus, weswegen diese nur anhand der Höhe des initial Peaks analysiert wurden. Im Diagramm 2 ist die Höhe der Peaks gegen das Füllvolumen aufgetragen. Aus der Theorie erwarten wir ein Maximum bei ca. 350ml (1/3 Wasser und 2/3 Luft). Dies zeigt sich auch gut bei den Messwerten mit 4 bar Druck. Bei den 3 bar Messwerten zeichnet sich auch ein Maximum um 400ml ab, aber hier ist ein zweites Maximum um 600 ml erkennbar. Dies ist auf Fehler beim Messaufbau zurückzuführen. Dies lässt sich durch Tabelle 1 stützen. Hier ist deutlich erkennbar, dass die Flaschenraketen mit 300ml deutlich weiter fliegen als die Flaschenraketen mit 0ml bzw. 600ml.

Füllmenge in ml	Reichweite in m
0	10 ± 1
300 ± 20	23 ± 1
600 ± 20	18 ± 1

Messung bei 3bar, 34g Traglast, Winkel 40°  
 Tabelle 1: Vergleich der Reichweite

### 2) Messung mit Traglastvariation

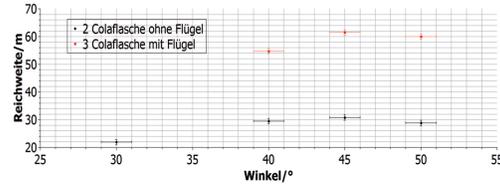
Diagramm 3: Die Durchschnittliche Reichweite  $a$ , und Streuwinkel  $\alpha$ , in Abhängigkeit der Anzahl der Gewichte



In Diagramm 3 erkennt man, einen linearen Zusammenhang zwischen der Flugreichweite und der Zusätzlichen Masse der Flasche. Dies lässt sich aus der Erhöhung der Gewichtskraft begründen.  
 Der Verlauf der Streuwinkel  $\alpha$ , welcher sich aus der Standardabweichung der Flugwinkel, über den Kosinussatz berechnen lässt, zeigt, dass eine Verlagerung des Schwerpunktes zunächst eine größere Streuung nach sich zieht, bis ein gewisses Gewicht erreicht ist, ab dem der Druckpunkt, hinter dem Schwerpunkt sitzt. Ab da ist eine deutliche Verbesserung der Flugstabilität gegeben. Der Schwerpunkt konnte allerdings nicht soweit nach Vorne verlagert werden, um zu überprüfen ob bei einem großen Hebelarm äußere Kräfte (Wind) einen stärkeren Einfluss haben.

### 3) Reichweite der Rakete bei Variation des Abschusswinkels

Diagramm 4: Vergleich der Reichweiten mit und ohne Flügel bei anderem Winkel



Aus Diagramm 4 folgt, dass die maximale Reichweite jeweils bei einem Abschusswinkel von 45° erreicht wurde. Auch sieht man deutlich den Unterschied zwischen der Reichweite der Colaflasche mit Flügel und ohne Flügel. Dass die Colaflasche mit Flügel fast doppelt so weit fliegt wie die Colaflasche ohne Flügel lässt sich dadurch erklären, dass der Drehimpuls der Flasche durch die Flügel kompensiert werden kann und dadurch die Energie besser genutzt wird und nicht in Rotation „verloren“ geht. Unsere Annahme, dass sich 45° als bester Abschusswinkel eignet, wurde bestätigt, dies war bei beiden Flaschen der Fall.

### 4) Variation der Flügelform

Die Rechteckflügel stabilisieren, im Vergleich zu den Flugzeugflügeln, die Flasche während des Fluges erheblich besser. Bei den Flugzeugflügeln wurde eine starke Gyration beobachtet, diese sollte eigentlich nicht auftreten. Eine mögliche Erklärung für dieses Phänomen ist, dass die drei Flugzeugflügel nicht in dem exakten Abstand und in der richtigen Ausrichtung zur Flugrichtung angebracht werden konnten. Ein Vergleich der Reichweiten (Vgl. Tabelle 3 und 3) zeigt, dass die Flasche mit den Rechteckflügel im Mittel zehn Meter weiter flogen, dies ist dadurch zu erklären, dass nicht so viel von der kinetischen Energie in Rotationsenergie, welche durch die Gyration bei der Flasche mit Flugzeugflügeln zustande kommt, umgewandelt wurde.

Weite a in m	Streuwinkel $\alpha$ in °	Weite a in m	Streuwinkel $\alpha$ in °
66 ± 1	23 ± 4	52 ± 1	-33 ± 6
56 ± 1	-23 ± 5	46 ± 1	-16 ± 5
52 ± 1	-1 ± 4	45 ± 1	-35 ± 6
		48 ± 1	-20 ± 5
		51 ± 1	14 ± 4

Tabelle 2: Rechteckflügel  
 Tabelle 3: Flugzeugflügel

konstante Parameter:  
 Flaschentyp: Cola Flasche  
 Druck: 4 bar  
 Füllmenge: 350 ml Wasser  
 Abschusswinkel: 40°  
 Traglast: 34g

### 5) Variation der Flaschenform

Die Messung ergibt, dass die Cola Flasche im Mittel circa sechs Meter weitergefliegen ist, aber einen deutlich größeren mittleren Streuwinkel (24° zu 9°) aufweist. Welche der beiden Flaschenformen hätte weiterfliegen sollen, ist jedoch nicht bekannt, da keine cw-Wert Messung mehr möglich war. Jedoch kann man die größeren Streuwinkel wahrscheinlich vernachlässigen, da, wie Tabelle 4 zeigt, alle Messungen eine Streuung nach rechts ergeben haben, was auf einen Seitenwind zurückzuführen ist.

Weite a in m	Streuwinkel $\alpha$ in °	Weite a in m	Streuwinkel $\alpha$ in °
39 ± 1	10 ± 4	52 ± 1	-33 ± 6
46 ± 1	4 ± 4	46 ± 1	-16 ± 5
41 ± 1	-17 ± 5	45 ± 1	-35 ± 6
		48 ± 1	-20 ± 5
		51 ± 1	14 ± 4

Tabelle 4: Rewe Flasche  
 Tabelle 5: Cola Flasche

Es wurde bei den selben Voraussetzungen wie bei 4) gemessen

## Fazit

Ein Verhältnis von ca. ein Drittel Wasser zwei Drittel Luft scheint nach unseren Untersuchungen die größte Schubkraft zu verursachen. Das genaue Verhältnis ist von der Form des Flaschenhalses sowie dem verwendeten Druck abhängig. In unserem Fall wurden nur ein Liter Flaschen und Drücke von drei bzw. vier bar untersucht.  
 Insgesamt wurde festgestellt, dass für eine optimale Flaschenrakete zwei Dinge notwendig sind, nachdem eine gute Luft-Wasser-Mischung gefunden wurde.  
 Zum einen sollte eine Spitze an dem Boden der Flasche angebracht werden, da ansonsten turbulente Strömungen, die durch die große Fläche des Flaschenboden entstehen, zu einem unkontrollierten Flug führen und somit sowohl die Reichweite enorm verkürzen als auch die Genauigkeit auf nahezu nicht vorhandene Maße reduzieren. Zusätzlich ist das Anbringen von mindestens drei Flügeln notwendig um ein Trudeln und somit ungewollte Reibungsphänomene, aber auch Energieumwandlungen in Rotationsenergie zu unterbinden.  
 In unserem Versuch ergaben sich rechteckige Flügel ohne Profil als die Besten, da diese nicht zu ungewollter Gyration der Raketen geführt haben. Dies wurde bei den Flugzeugflügeln beobachtet.  
 Allerdings ist es möglich, dass die Bildung eines Drehimpulses um die Hauptdrehachse nicht beobachtet werden konnte, weil turbulente Strömungen, verursacht durch Wind und Flaschenform, in Kombination mit weiteren Kräften, die etwa durch Magnus-Effekt verursacht wurden, dies verhindert haben. Zudem waren die Flügel zu klein oder an der Flasche suboptimal positioniert wurden. Dies könnte durch weitere Messreihen genauer untersucht werden.  
 Das Anbringen von Gewichten führt, nach dem Überschreiten einer relevanten Grenze von ca. 70g zu einer Stabilisierung der Flugbahn und somit einer Verbesserung der Genauigkeit und Reduzierung der Reichweite.  
 Des Weiteren wurde der optimale Abschusswinkel von 45°, trotz Reibung in einer realen Umgebung beobachtet. Dies kann über die beschleunigte Bewegung aus der Ruhelage erklärt werden, welcher eine Abweichung vom optimalen Winkel des schiefen Wurfs mit Reibung verursacht.

## Referenzen

- <http://gh.polyplex.org/rockets/simulation/>; <http://www.aircommandrockets.com/water.htm>; <http://www.aircommandrockets.com/day170.htm>;
- <http://www.aircommandrockets.com/index.htm>; [http://www.raketefuedrockets.com/index.htm\\_files/FluegelVorlage.pdf](http://www.raketefuedrockets.com/index.htm_files/FluegelVorlage.pdf);
- [http://palmbeachschools.org/sc/Science/Documents/2010\\_Water\\_Rocket\\_AJP.pdf](http://palmbeachschools.org/sc/Science/Documents/2010_Water_Rocket_AJP.pdf); <http://epubs.siam.org/doi/pdf/10.1137/S0036144598348223>;
- <http://matheplanet.com/default3.html?call=article.php?sid=735&ref=http%3A%2F%2Fwww.physikerboard.de%2Ftopic%2C24989%2C-schiefer-wurf-mit-luftverstand.html>;
- [http://www.npl.co.uk/upload/pdf/wr\\_booklet\\_print.pdf](http://www.npl.co.uk/upload/pdf/wr_booklet_print.pdf)