



Motivation

Bei Wechselströmen (insbesondere im hochfrequenten Bereich) erhöht sich der Widerstand eines elektrischen Leiters durch den Skin-Effekt (siehe Grundlagen). Mit diesem Versuch wollen wir herausfinden, welche Materialien wie stark von dem Skin-Effekt betroffen sind und wie man diesem vorbeugen kann. Dazu testen wir Drähte aus verschiedenen Materialien (Kupfer, Silber, Wolfram, Lötzinn) oder mit verschiedenen Oberflächen (versilbert, vergoldet).

Rogowskispule

Eine Rogowskispule ist eine ringförmige Luftspule, welche zur Messung von Wechselströmen benutzt wird.

Sie besteht aus einem Draht, der um einen nicht ferromagnetischen und nicht leitenden Werkstoff so gewickelt wird, dass Eingangs- und Ausgangsdraht eng beieinander liegen. Wird die Rogowskispule um einen stromdurchflossenen Leiter geführt, so erzeugt der Strom im Leiter ein magnetisches Feld welches eine Spannung in der Rogowskispule induziert. Diese Spannung gilt es zu messen.

Der Vorteil einer Rogowskispule ist, dass die Spule den Stromkreis nicht direkt beeinflusst und nicht so anfällig für Hochfrequenz ist, weshalb wir sie für diesen Versuch ausgesucht haben.

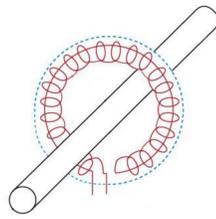


Abb. 1 Rogowskispule

Die Spannung berechnet sich mit:

$$u_{sp} = M \cdot \frac{di_1}{dt} = M \cdot i_1' \quad (5)$$

u_{sp} = Spannung an der Rogowskispule

i_1 = Strom im Draht

M = Gegeninduktivität

$$M = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot A}{l_m} \quad (6)$$

μ_0 = magnetische Feldkonstante

N = Anzahl der Windungen

A = Querschnittsfläche der Rogowskispule

l_m = mittlere Feldlinienlänge

Bei einem Sinusstrom entfällt die Integration, da die Spannung dem Strom lediglich um 90° vorausleitet. Die gemessene Spannung kann in Stromeinheiten unterteilt werden.

$$i_1 = \hat{i}_1 \cdot \sin(\omega t) = \frac{\hat{u}_1}{R} \cdot \sin(\omega t) \quad (7)$$

$\hat{i}_1 = \frac{\hat{u}_1}{R}$ = Amplitude des Stroms

\hat{u}_1 = Amplitude der angelegten Spannung

R = Widerstand des Aufbaus

ω = Kreisfrequenz

t = Zeit

Aufbau und Durchführung

Wir ermitteln mit unserem Aufbau den Widerstand des Drahtes in Abhängigkeit von der Frequenz.

Als erstes wurde Wert auf den Bau einer Rogowskispule gelegt. Diese ist bestehend aus einem 0,5mm Kupferdraht gewickelt mit ca. 650 Windungen um ein Stück Gummischlauch. Zusätzlich wurden die Spannungen für wenige Drähte mit einer Stromzange gemessen. Die Spannung über dem Widerstand U_R wurde mittels Oszilloskop und Spannungssonde abgelesen. Die Eingangsspannung U_E ebenso und wurde zusätzlich konstant gehalten. Dieser Versuchsaufbau kam in Frage, da die mittels Induktion spannungsmessende Rogowskispule bzw. Stromzange den Versuch nicht beeinflusst.

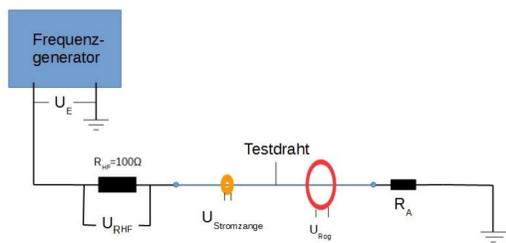


Abb. 2 Messung mit Rogowskispule

Die Rogowskispule hatte eine geringe Güte und die Stromzange stand nicht länger zur Verfügung, weshalb der Versuch in diesem Aufbau abgebrochen werden musste.

Alternativ wurde unter dem Risiko, dass Messmethoden den Versuchsaufbau beeinflussen, folgender Aufbau gewählt:

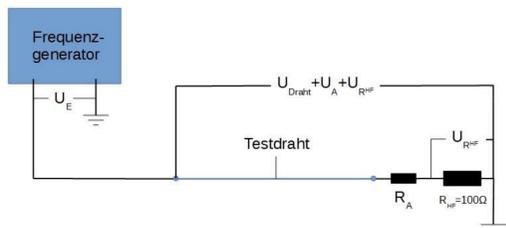


Abb. 3 Messung über Widerstand

Hierbei ist $U_A = I \cdot R_A$ wobei R_A den Widerstand des Aufbaus ohne Draht darstellt. U_E und U_{RHF} wurden wie zuvor behandelt. Ebenso $U_{Draht} + U_A + U_{RHF}$. Da der Strom über den Hochfrequenzwiderstand gemessen wird, ergibt sich für den Widerstand des Drahtes mit Aufbau:

$$R = \left(\frac{U_{Draht} + U_A + U_{RHF}}{U_{RHF}} - 1 \right) R_{HF} \quad (8)$$

Der Widerstand des Drahtes ergibt sich aus der Differenz zum Widerstand des Aufbaus. Zum Vergleich wurden Drähte verschiedener Durchmesser, Materialien und Beschichtungen als Testdraht verwendet.

Referenzen

Jordan, Edward Conrad (1968), Electromagnetic Waves and Radiating Systems, Prentice Hall

http://www.agw.co.uk/media/images/rogowski_coil-2.jpg

Jens Haun: Leitfähigkeitsmessungen an stark gekoppelten Kohlenstoff- und Zinkplasma. 2001 [PDF]

K. Küpfmüller, Einführung in die theoretische Elektrotechnik, Springer, 1965

Skin-Effekt

Voraussetzung für einen Stromfluss ist das Eindringen eines elektrischen Feldes in den Leiter. Die Stromdichte ist damit proportional zur (stromtreibenden) elektrischen Feldstärke.

Nach dem Ampèreschen Gesetz ist jeder Strom auch von einem Magnetfeld begleitet, das ebenfalls in den Leiter eindringt. Bei Wechselstrom ändern die Felder periodisch ihr Vorzeichen und nach dem Induktionsgesetz kommt es im Inneren des Leiters zur Ausbildung von Wirbelströmen die Feldenergie in Wärme umwandeln und damit die Felder im Inneren des Leiters abschwächen. Dadurch nimmt die Stromdichte exponentiell nach Innen ab (siehe (1)) und der Widerstand erhöht sich. Dieses Phänomen wird Skin-Effekt genannt.

Ein wichtiger Faktor bei der Beschreibung des Skin-Effektes ist die Eindringtiefe. Sie beschreibt die Wandstärke eines Rundleiters (Hohlleiters) bei Gleichstrom mit dem gleichen Widerstand wie der Vollleiter im Wechselstromkreis.

$$j = J_s \cdot e^{-\frac{z}{\delta}} \quad (1)$$

J_s = Stromdichte am Rand des Leiters

δ = Eindringtiefe

z = Abstand vom Rand

Die Eindringtiefe berechnet sich nach:

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega \cdot \mu}} \quad (2)$$

ρ = spezifischer Widerstand ; ω = Winkelgeschwindigkeit des Wechselstromes

$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$; μ_0 = Permeabilitätskonstante ; μ_r = Permeabilitätszahl

Für den Widerstand gilt näherungsweise:

$$\frac{R}{R_0} = x + \frac{1}{4} + \frac{3}{64x} \quad x \gg 1 \quad \text{für kleine Frequenzen} \quad (3)$$

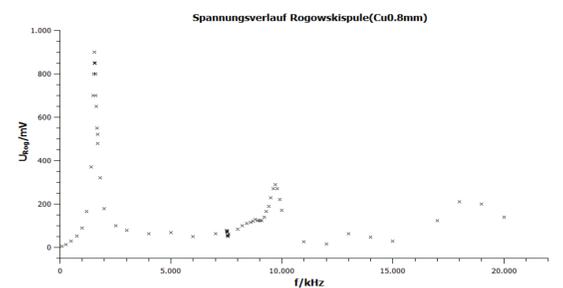
$$x = \frac{r}{2\delta}$$

$$\frac{R}{R_0} = 1 + \frac{1}{3}x^4 \quad x < 1 \quad \text{für große Frequenzen} \quad (4)$$

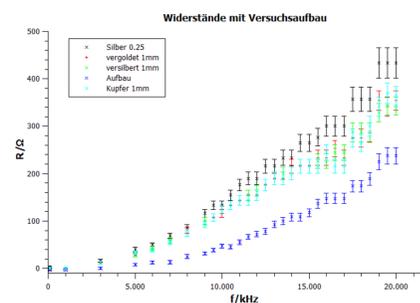
r = Radius des Drahtes

Auswertung

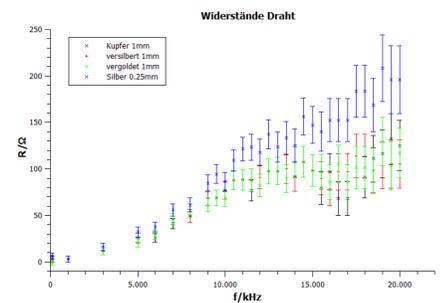
Rechts: Bei der Messung mit der Rogowskispule bildete die Induktivität der Spule mit Kapazität der Spannungssonde einen Schwingkreis, dessen Resonanzfrequenz in unserem Messbereich lag. Außerdem wurde das Signal bei hohen Frequenzen unendlich, so dass die Spule insgesamt für die Messung nicht geeignet war.



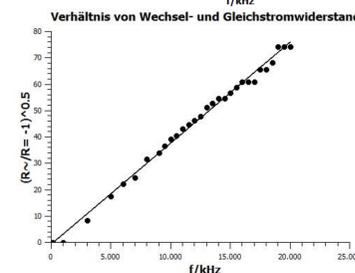
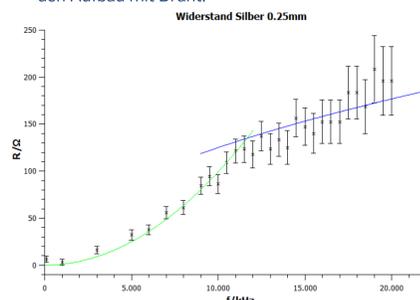
Der Strom wurde dann über den Hochfrequenzwiderstand gemessen.



Oben: Hier einige gemessene Gesamtwiderstände für den Aufbau mit Draht.



Rechts-Oben: Hier dieselben Werte bereinigt (abzüglich des Aufbauwiderstandes). Der Verlauf entspricht eher dem mit der Stromzange gemessenen. Für die Drähte mit 1mm Durchmesser lässt sich kein Unterschied zwischen den verschiedenen Oberflächen feststellen. Der Widerstand des dünneren Silberdrahtes ist dagegen deutlich größer.



Links-Oben: Für kleine Frequenzen ist $R \propto f^2$, für große Frequenzen $R \propto \sqrt{f}$ (Beispiel Silber 0,25mm). Dies entspricht völlig unseren Erwartungen.

Links-Unten: Wurzel aus dem Verhältnis des Wechselstrom- und Gleichstromwiderstandes des Aufbaus gegen die Frequenz aufgetragen mit linearer Regression um den Zusammenhang aus (4) zu überprüfen

Fazit

Die Fragestellung, welche Materialien am wenigsten von dem Skin-Effekt betroffen sind, konnten wir nicht beantworten, da kein signifikanter Unterschied zu erkennen war. Das kann daran liegen, dass der Aufbau selbst die größte Anfälligkeit für den Skin-Effekt gezeigt hat und damit die restlichen Ergebnisse verfälscht wurden.

Sir konnten feststellen, dass dünne Drähte stärker vom Skin-Effekt betroffen waren und anhand des Beispiels 0,25mm-Silberdraht konnten wir auch den erwarteten Zusammenhang beobachten. Auch bei der Auswertung des Aufbaus war der erwartete quadratische Zusammenhang von Frequenz und Widerstand sichtbar. (Siehe (4))

Das nicht Funktionieren der Spule war ein Rückschlag den es zu verkraften gab, da viel Arbeit in dieses Projekt floss, was uns jedoch lehrt, dass Hochfrequenz ein aufwändiges Thema ist bei welchem viele Messungen fehlschlagen können.

Danksagungen

Wir danken dem Lehrstuhl für Experimentalphysik II für die Stromzange, der Elektronikwerkstatt und insbesondere den Technikern des physikalischen Praktikums für deren ständige Hilfe und Leihgaben.