RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM

Das Klangverhalten von Gläsern

SOWAS-Praktikum 2018, Gruppe G

Elias Kersting, Nikolas Klose; Projektleitung: Clara Karczewski

Kontakt: elias.kersting@rub.de, nikolas.klose@rub.de

1. Motivation

Wir untersuchen den Klang von Gläsern in Abhängigkeit von ihrer Geometrie. Ziel ist es, den Klang auf einen Zusammenhang von Dicke und Radius zurückzuführen. Zusätzlich wird der Einfluss durch die Flüssigkeitsfüllmenge und die Art der Schwingungserzeugung beleuchtet.

2. Physikalische Grundlagen

Der Klang eines Glases wird durch die Schwingungsfrequenzen bestimmt. Zur theoretischen Berechnung nähert man die Form des Glases an einen Zylinder an. Dann lässt sich die Schwingung des Glases an einem beliebigen Ort durch $\Delta(t) = \Delta_0 \cos(\omega t)$ (1) beschreiben. Aus einem Energieansatz lässt sich die Kreisfrequenz bestimmen:

$$E = \underbrace{A\left(\frac{d\Delta}{dt}\right)^2}_{K} + \underbrace{B\Delta^2}_{U} \rightarrow \omega_0^2 = \frac{B}{A} \quad (2)$$

Dabei sind die kinetische Energie K und die potentielle Energie U gegeben durch:

$$K \approx \frac{5}{8}\rho_g d r \omega^2 \Delta_0^2 \sin^2(\omega t) \int_0^H [f(z)]^2\,dz \quad (3)$$

$$U \approx \frac{3\pi Y d^3}{8r^3}\Delta_0^2 \cos^2(\omega t)\left[1 + \frac{4}{3}\left(\frac{r}{H}\right)^4\right]\int_0^H [f(z)]^2\,dz \quad (4)$$

Vernachlässigt man den Radius gegenüber der Höhe, ergibt sich aus ω_0^2 direkt:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{3Y}{5\cdot\rho_g}\right)^{\frac{1}{2}}\frac{d}{r^2} \quad (5)$$

Da es sich bei den Schwingungen um Biegewellen handelt, kann man die Phasengeschwindigkeit v_s aus der zugehörigen Wellengleichung bestimmen.

$$v_s = \sqrt{\omega}\cdot\sqrt[4]{\frac{Y\cdot I}{\rho_g\cdot A}} \quad (6)$$

Dies eingesetzt in (5) ergibt die Formel für die Glasfrequenz der Grundschwingung.

$$\boxed{f_0 = \frac{v_s\cdot d}{\sqrt{3}\pi r^2} \quad (7)}$$

- Δ = Auslegung des Glases
- ω = Schwingungsfrequenz des Glases als Kreisfrequenz
- E = Gesamtenergie
- K = kinetische Energie
- U = potentielle Energie
- ρ_g = Dichte des Glases
- d = Dicke des Glases
- r = Radius des Glases
- H = Höhe des Glases
- f(z) = eine Funktion, die die Schwingungsstärke berücksichtigt
- Y = Young'sche Dehnungsmodul des Glases
- f_0 = Schwingungsfrequenz des Glases
- I = Flächenträgheitsmoment
- v_s = 5300 m/s

Auf Grund von Unregelmäßigkeiten in der Glasstruktur schwingen die Gläser in lokal festgelegten unterschiedlichen Moden (*siehe Abb. 2*). Diese äußern sich als Doppelpeak im Frequenzspektrum.

Füllt man ein Glas mit einer Flüssigkeit, muss diese vom Behältnis beim Schwingen mitbewegt werden. Das kostet Energie und die Frequenz sinkt.

Bei Schwingungserzeugung durch Reibung handelt es sich um eine erzwungene Schwingung. Das Glas schwingt mit der Resonanzfrequenz, die sich als Schwebung aus beiden Moden zusammensetzt.

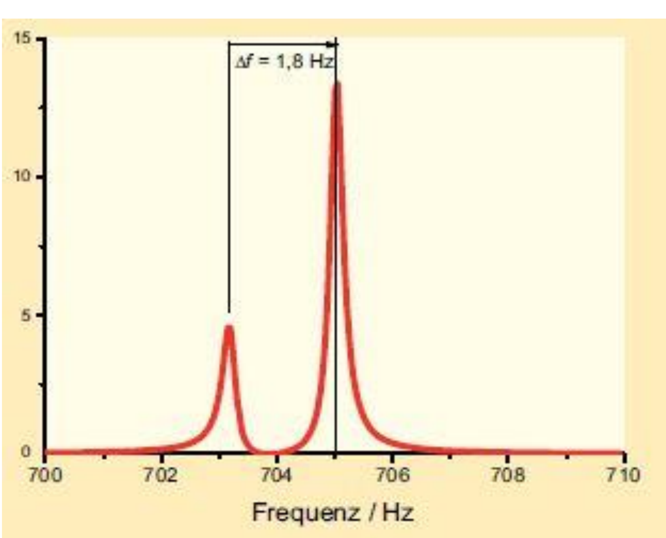


Abb.1: Doppelpeak im Frequenzspektrum beim Anschlagen [2]

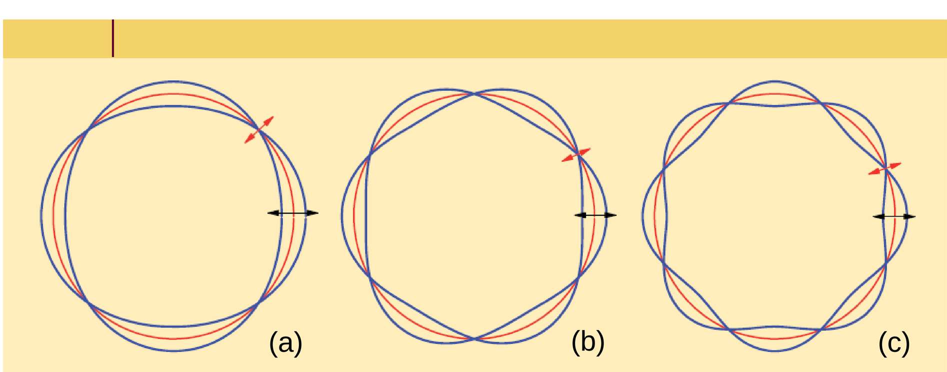


Abb.2: Schwingungsmoden in der (a) Grundschwingung, (b) 1. Oberschwingung, (c) 2. Oberschwingung [2]

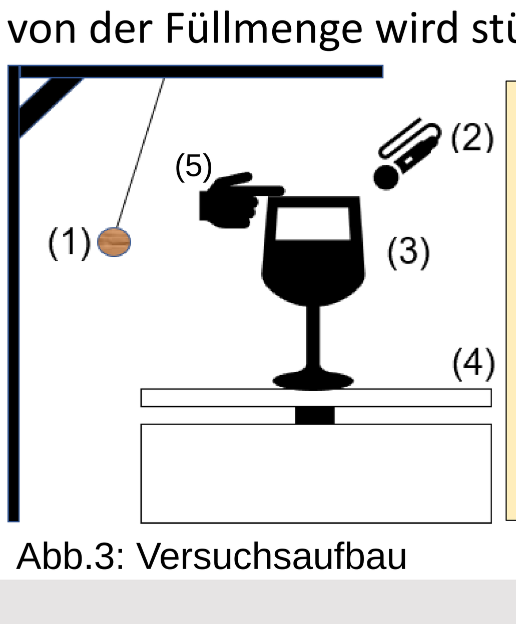
3. Versuchsbeschreibung

Es wurden sechs Weingläser unterschiedlicher Volumina, ein Weizenbierglas, ein Pilsglas und drei Wassergläser verschiedener Größe untersucht. Es wird jeweils die Grundschwingung bestimmt.

Im ersten Versuchsteil schlägt ein Pendel ein Glas an. Zur Untersuchung der Schwingungsmoden wird im zweiten Versuchsteil das Glas in 5° Schritten gedreht, sodass sich der Anschlagspunkt ändert. Für Messung der Abhängigkeit des Klanges von der Füllmenge wird stückweise die Menge an Wasser bzw. Salatöl im Glas erhöht und der jeweilige, durchs Pendel hervorgerufene, Ton gemessen.

Zuletzt erzeugt ein aufgelegter Finger unter Rotation der Drehplatte den Ton.

Die Schwingungen werden mit dem „Cassylab Universalmikrofon“ aufgenommen und mit entsprechender Software ausgewertet.



(1) Holzkugel
(2) Universalmikrofon
(3) Glas
(4) Drehbare Platte mit Winkelskala
(5) Finger

Abb.3: Versuchsaufbau

4. Auswertung

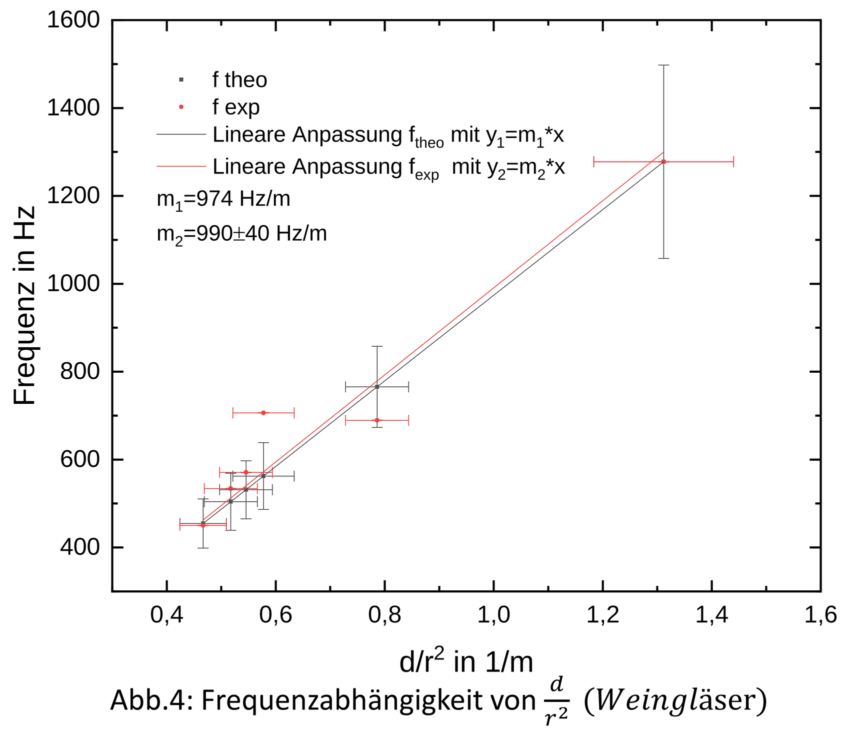


Abb.4: Frequenzabhängigkeit von $\frac{d}{r^2}$ (*Weingläser*)

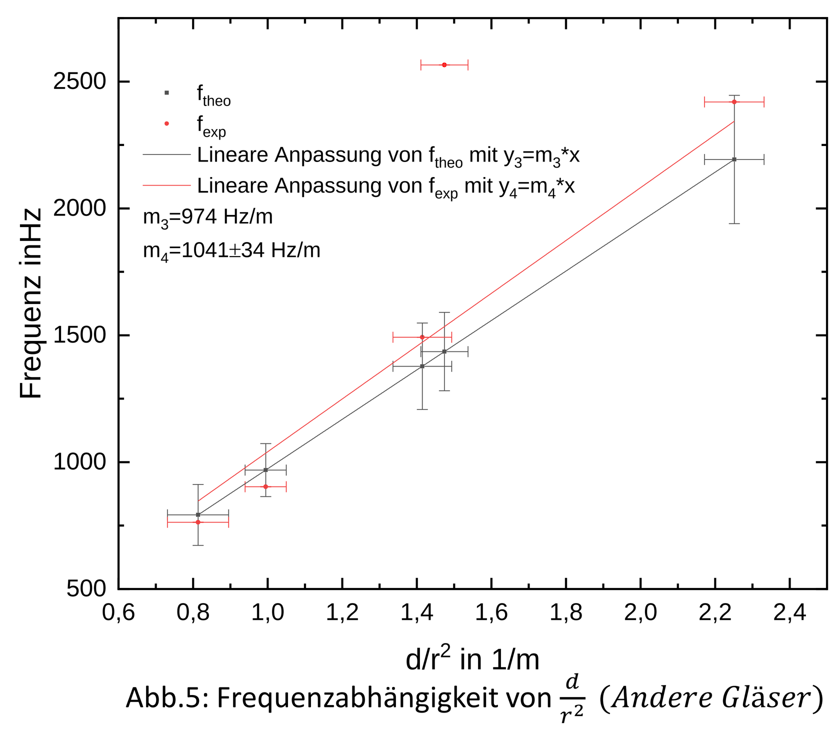


Abb.5: Frequenzabhängigkeit von $\frac{d}{r^2}$ (*Andere Gläser*)

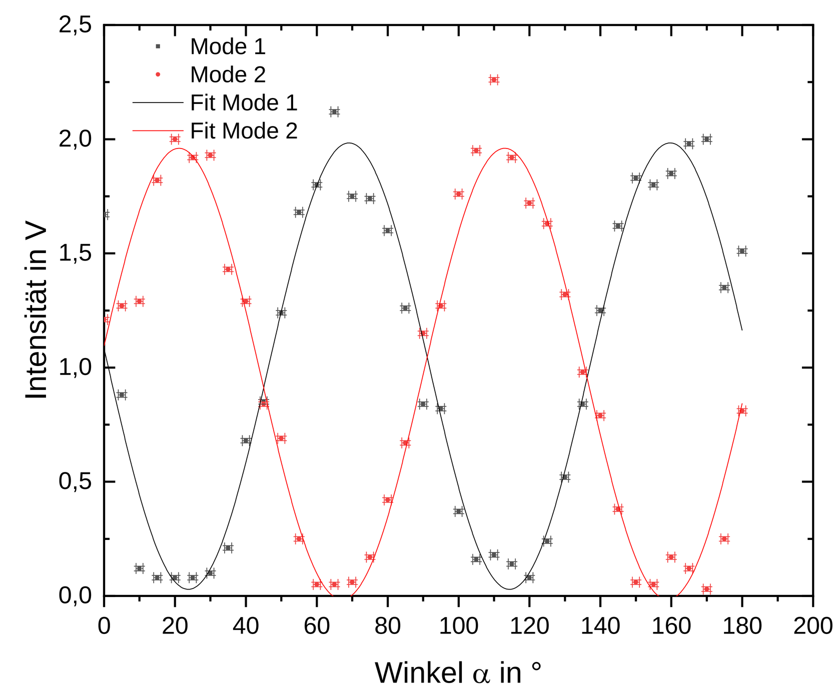


Abb.6: Modenintensität in Abhängigkeit des Anschlagwinkels

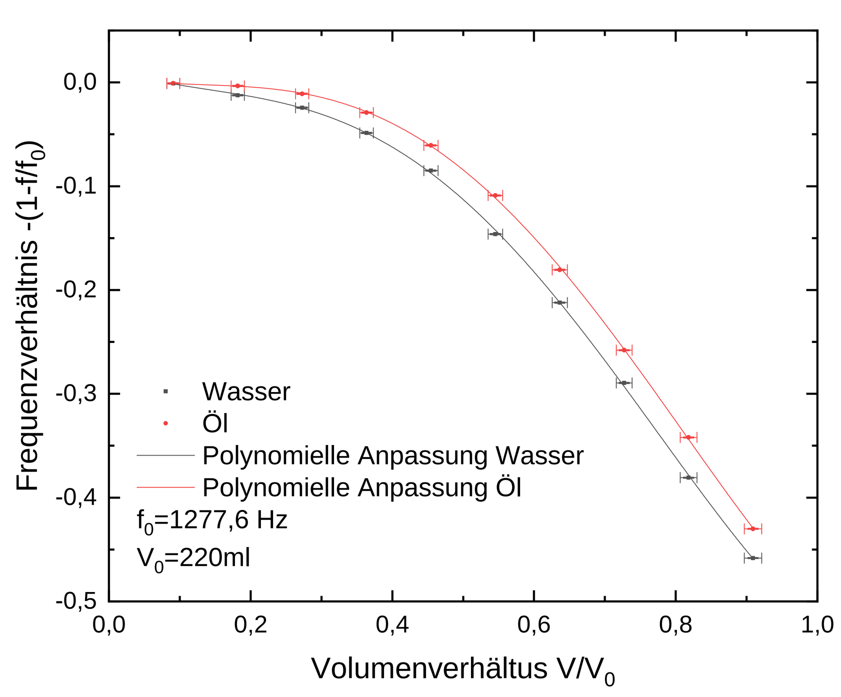


Abb.7: Frequenzverhältnis in Abhängigkeit der Füllmenge

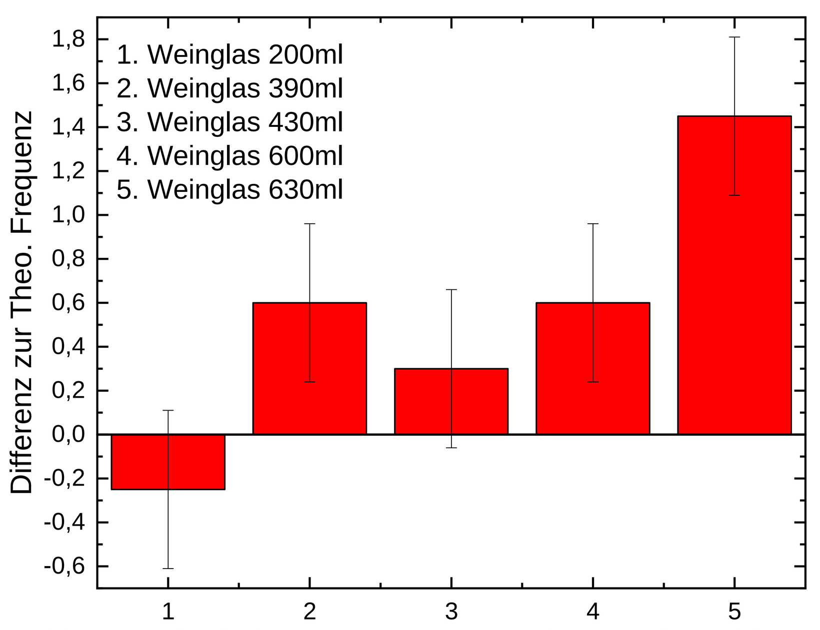


Abb.8: Vergleich der Frequenzen von Reibung und Anschlagen

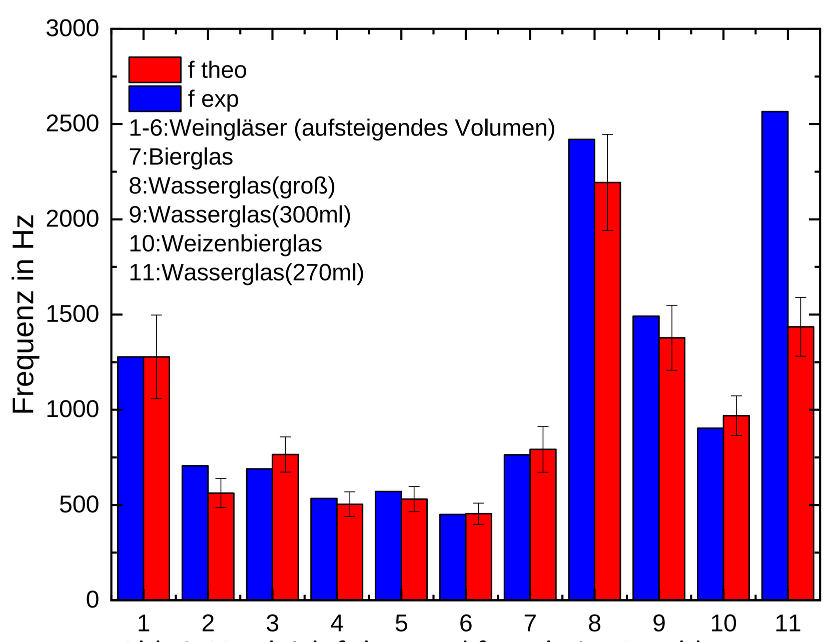


Abb.9: Vergleich f theo und f exp beim Anschlagen von allen Gläsern

Trägt man die gemessenen Frequenzen gegen $\frac{d}{r^2}$ auf, ergeben sich, bei einer linearen Regression entsprechend der Formel (7), zwei proportionale Funktionen (*siehe Abb.4 und Abb.5*) Die Steigung der theoretisch erwarteten Gerade entspricht genau dem Wert des Proportionalitätsfaktors in (7). Verglichen mit der experimentell ermittelten Steigung ergibt sich für die Weingläser eine Frequenzabweichung von 1,6% und für die restlichen Gläser 6,9%. Die Weingläser lassen sich deutlich besser mit der Formel beschreiben. Dies ist auf eine zylinderartigere Form zurückzuführen.

Abb.6 bestätigt die lokale Gebundenheit der Moden.

Des Weiteren entspricht eine Wasserfüllung von 40% einer Frequenzabnahme von 6%, also ca. einem Halbton, während beim Salatöl für selbiges Ergebnis eine Füllung von 45% notwendig ist. Dass die Frequenz beim Einfüllen vom Wasser schneller abfällt, ist darauf zurückzuführen, dass Salatöl eine geringere Dichte als Wasser ($\rho \approx 0{,}9\ \mathrm{kg}/m^3$) besitzt (*siehe Abb.7*).

Abb.8 zeigt, dass die Reibungsfrequenz sich kaum von der Anschlagsfrequenz unterscheidet und als Schwebungsfrequenz der zwei Moden angenommen werden kann. Abb.9 stellt eine Übersicht der Frequenzen durch Anschlagen dar.

5.Fazit

Mithilfe der Näherungsformel (7) kann der Ton eines Glases gut approximiert werden. Es gilt jedoch: Je zylinderförmiger das Glas ist, desto genauer stimmen Theorie und Messung überein.

Wird ein Glas mit einer Flüssigkeit gefüllt, so fällt die Frequenz ab. Bei geringerer Dichte ist die Frequenzabnahme geringer. Beim Anschlagen der Gläser durch Pendel schwingen zwei Moden, die lokal gebunden sind und sich periodisch abwechseln. Ihre Schwingungsintensitäten hängen vom Anschlagswinkel ab.

Demgegenüber erklingen bei der Tonerzeugung durch Reibung die Moden nicht einzeln, sondern ihre Schwebungsfrequenz.

Damit ist gezeigt, dass der Klang von Gläsern durch Ihre Geometrie gegeben ist.

6.Literatur

[1] *Ch. Ucke, H. J. Schlichting*: Spiel, Physik und Spaß, Wiley-VCH, Weinheim 2011, S. 73.

[2] *G. Denninger*: Physik in unserer Zeit, Volume 44, Issue 3, WILEY-VCH, Weinheim 2013, S. 142.

[3] *A.P.French*: American Journal of Physics, Volume 51, American Association of Physics Teachers,1983, S. 688.