RUHR-UNIVERSITÄT BOCHUM

Fallende Dominosteine

Antonios Athanassiadis, Claudio Hinz, Jeremiah Lübke

Bearbeitet im Sommersemester 2018 unter der Leitung von Dr. Dirk Meyer und Marvin Reuner (Gruppenleiter)

Einleitung

Ziel des Versuches war die mathematische Beschreibung, sowie die experimentelle Vermessung einer Reihe fallender Dominosteine. Dabei waren leitende Fragestellungen: Wie verhält sich die Transversalgeschwindigkeit mit dem Abstand der Steine? Wie verhält sie sich mit der Zeit? Welchen Einfluss nimmt die Reibung?

Theoretische Grundlagen [1]

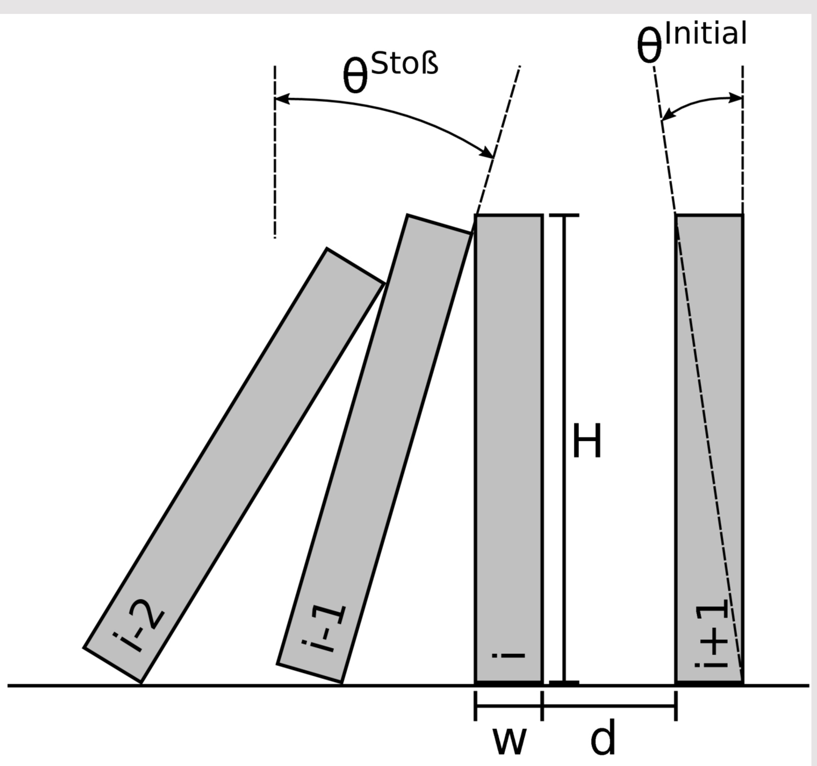

Abb. 1: Geometrie des Problems

Koordinaten des i-ten Dominos:
$$\theta_i(t), \dot{\theta}_i(t)$$

Aus der Geometrie des Problems erhält man:
$$\theta_{i-1} = f(\theta_i)$$

Die Anstoßgeschwindigkeit $\dot{\theta}_1$ ist bekannt.

Dynamik des Problems liefert:
$$\dot{\theta}_i = f\left(\dot{\theta}_i^{Initial}, \theta\right)$$

Energieerhaltung liefert:
$$\dot{\theta}_i^{Initial} = f\left(\dot{\theta}_{i-1}^{Stoss}\right)$$

Die Zeit zwischen zwei Stößen:
$$t_i = \int_0^{\theta^{Stoss}} \frac{d\theta}{\dot{\theta}_i(\theta)}$$

Eine rekursive Folge für alle Dominos:
$$\dot{\theta}_i^{Initial} = f\left(\dot{\theta}_{i-1}^{Initial}\right)$$

Diese Folge konvergiert:
$$\lim_{i\to\infty} \dot{\theta}_i = \dot{\theta}_{as}$$

Die Transversalgeschwindigkeit:

- des i-ten Dominos: $v_i = \dfrac{d+w}{t_i}$
- die asymptotische: $v_{as} = \dfrac{d+w}{t_{as}}$

Für die Berechnungen wurden folgende **Annahmen** [2] getroffen:

- Die Dominosteine rotieren um eine feste Achse
- Besteht die Reihe aus unendlich vielen fallenden Steinen, so ist die kinetische Energie erhalten
- Die Stöße zwischen den Steinen sind inelastisch

Experimentelle Durchführung

Auf einer ebenen Unterlage wurden über eine Länge von etwas mehr als einem Meter Dominosteine in gleichmäßigen Abständen d aufgestellt. Die Reihe wurde mit einem Finger langsam angestoßen und das Fallen der Steine für verschiedene Abstände mit einem Mikrofon aufgezeichnet.

Die ersten Messungen wurden auf grobkörnigem Schleifpapier aufgenommen, welches das Wegrutschen der Steine verhindert. Weitere Messungen wurden auf einer glatten Kunststoffoberfläche durchgeführt, um den Gültigkeitsbereich der Theorie bestimmen zu können.

Danksagung

Besonderer Dank gilt Dr. Jürgen Dreher für die Hilfe bei der theoretischen Durchführung, sowie Klaus Ulrich, Tomasz Domanski und Michael Kalthoff für die technische Unterstützung.

Auswertung

Das Aufprallen der Steine aufeinander ist als Peak in der Wellendarstellung der Sounddatei ersichtlich. Die zeitliche Verortung dieser Peaks liefert die zeitlichen Abstände und damit die Transversalgeschwindigkeit der Welle (Abb. 2). Es fällt auf, dass einige Ereignisse aus zwei sehr nahe beieinanderliegenden Peaks bestehen. Aufgrund des geringen zeitlichen Abstandes, kann ausgeschlossen werden dass es sich um verschiedene Steine handelt.

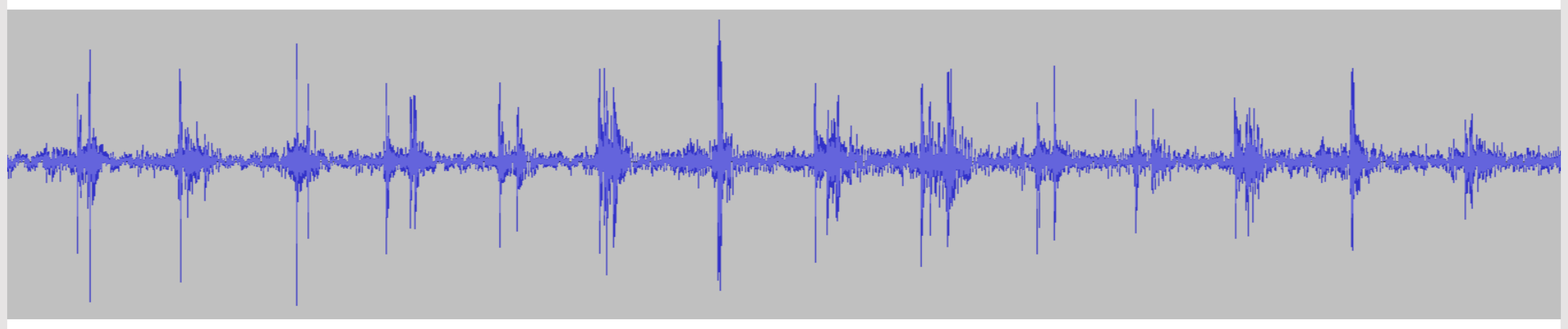

Abb. 2: Kollisionen der Steine in der Sounddatei

In Abb. 3 ist eine der Messreihen exemplarisch zu sehen: Für den Abstand d = 3 cm wurden die Daten für jede Position x gemittelt und zusammen mit der Standardabweichung aufgetragen.

Trägt man nun die verschiedenen Endgeschwindigkeiten gegen die Abstände auf, so stimmen Theorie und Experiment nicht überein. Die Berechnungen wurden daher um einen konstanten Energieverlustparameter ergänzt. Das Ergebnis ist in Abb. 4 zu sehen.

Die Messung für eine glatte Oberfläche erwies sich als problematisch, da eine Auswertung mit der verwendeten Methode nicht möglich war.

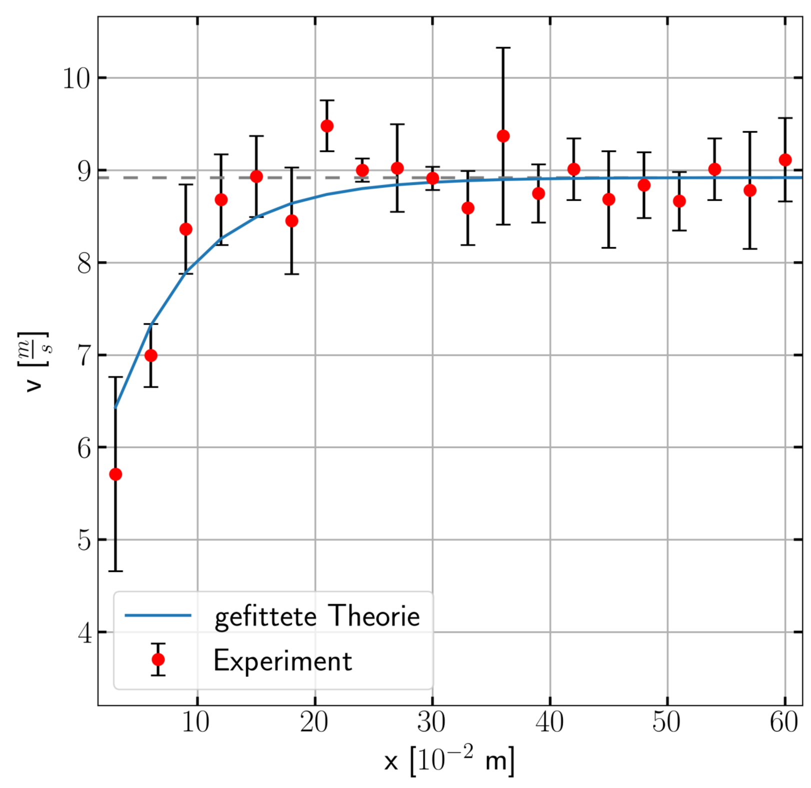

Abb. 3: Exemplarische Messung

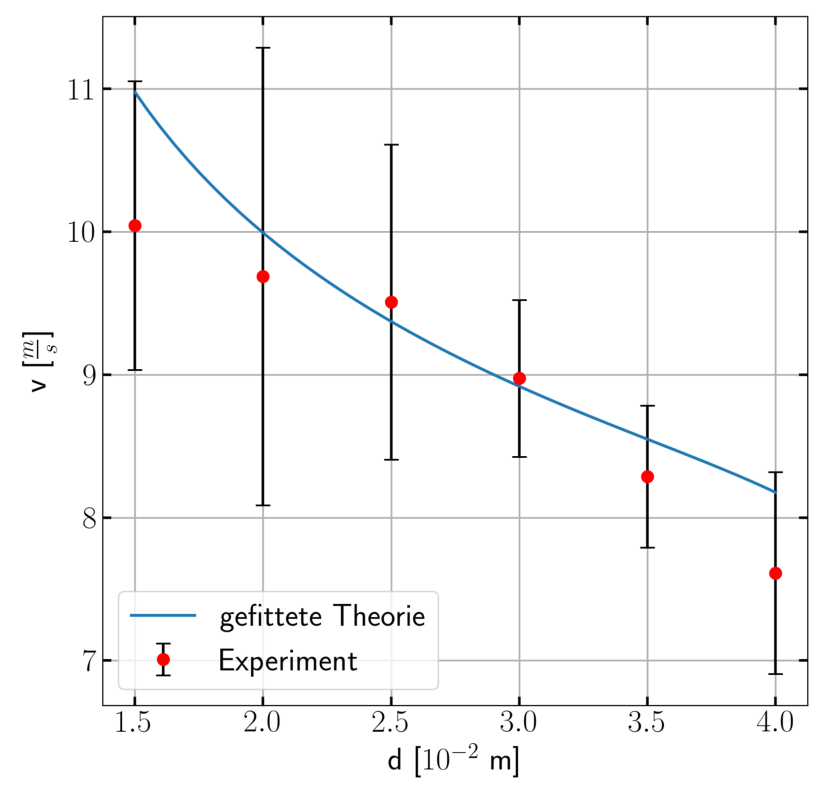

Abb. 4: Geschwindigkeit gegen Abstand

Diskussion der Ergebnisse

Bei dem Vergleich von experimentellen und theoretischen Daten fällt eine **gute Korrelation für alle gemessenen Abstände** auf. Dennoch existieren einige Störfaktoren, welche die Genauigkeit der Messung beeinflussen:

Unebenheiten in der Unterlage, schiefe Winkel der Steine zueinander und das Aufstellen in nicht äquidistanten Abständen können im Experiment nicht immer vermieden werden. Gerade diese Fehler sollten sich, der Vermutung nach, für kleine Abstände stärker auswirken.

„Doppelpeaks“ können mit einem Zurückspringen der Steine erklärt werden [2]. D.h. Steine kollidieren nicht zwangsläufig nur einmal miteinander, sondern in manchen Fällen doppelt.

Entgegen der Vermutung hat sich gezeigt, dass es keinen Abstand gibt, für den die Transversalgeschwindigkeit maximiert wird. **Lokale Extrema sind nicht zu erkennen.**

Quellen

[1] J. M. J. van Leeuwen (2004), „The Domino Effect“, https://arxiv.org/abs/physics/0401018v1, 06/18

[2] W. J. Stronge, D. Shu (1988), „The domino effect: successive destabilization by cooperative neighbours“, *Proc. R. Soc. Lond. A*, Vol. 418

Dieses Projekt wurde unterstützt von