

SOWAS-Projekt: Ballistik

Praktikanten: Tim Höhne, Timo Kurschat, Alexander Kusch, Leonard Stromberg

Projektleiter: Vincent Walter

Fakultät für Physik und Astronomie der Ruhr-Universität Bochum

RUB

Einleitung

Im Rahmen unseres Projektes wollten wir die Flugeigenschaften von ballistischen Geschossen untersuchen. Dazu haben wir mithilfe eines kleinen nachgebauten Triboks (s. Abbildung 1) verschiedene Wurfkörper (Hockeyball, Tennisball, Plastik-Bocciakugel) abgeschossen und die Wurfweite gemessen. Ziel des Versuches war es, durch Vergleich mit theoretischen Berechnungen zu ermitteln, welches Reibungsmodell in unserer Situation am besten die Realität beschreibt.

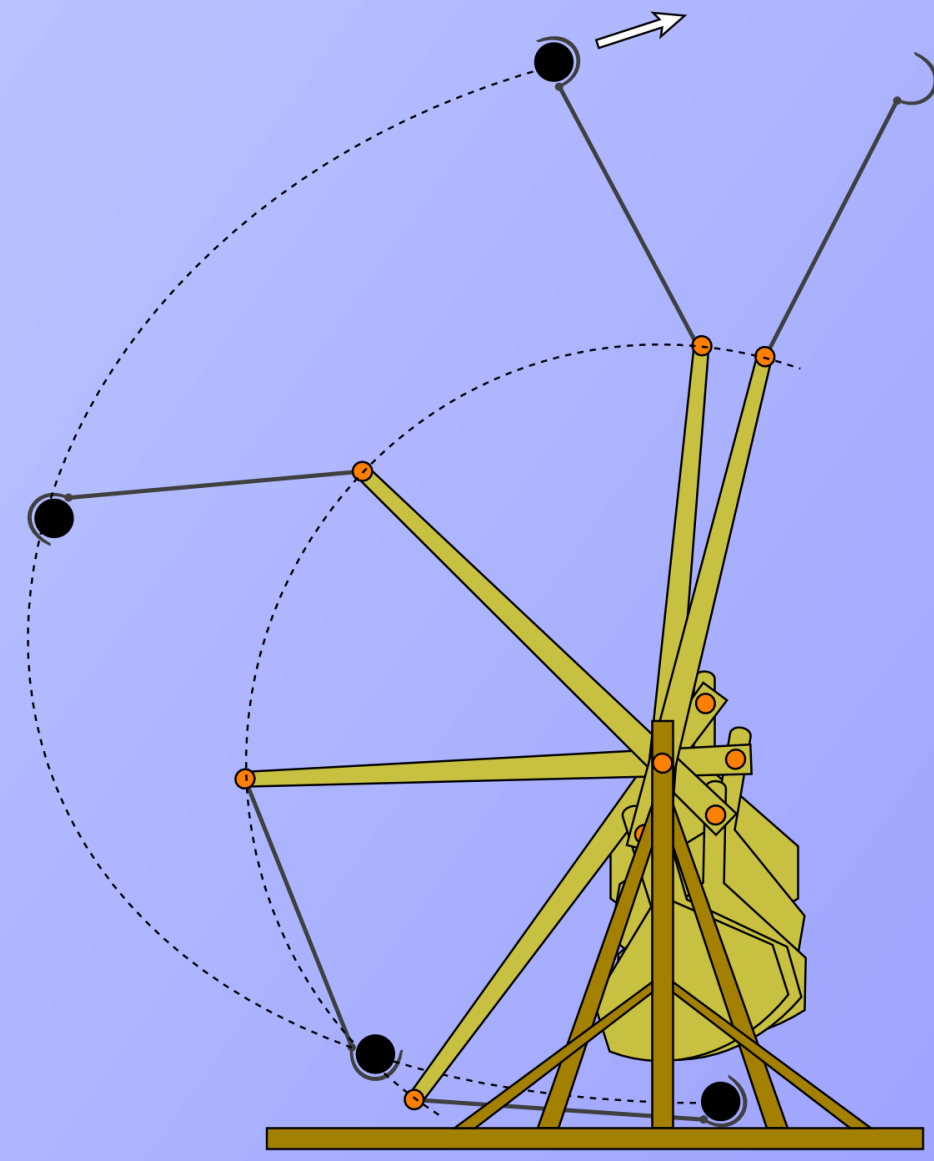


Abbildung 1: Skizze Tribok. Ein Tribok ist eine katapultähnliche mittelalterliche Belagerungsmaschine.

Grundlagen

Während eines Flugs wirken auf einen Körper die Gravitationskraft \vec{F}_G und die Reibungskraft \vec{F}_R . Die drei populärsten Modelle zur Beschreibung der Reibungskraft sind die Näherung ohne Reibung ($\vec{F}_{R,o} = \vec{0}$), die Stokes-Reibung ($\vec{F}_{R,S} = -\beta \dot{\vec{r}}, \beta > 0$) und die Newton-Reibung ($\vec{F}_{R,N} = -k \dot{\vec{r}}, k > 0$). Die Konstanten β und k können dabei aus den Geschossabmessungen sowie Viskosität und Dichte des umgebenden Mediums berechnet werden. Für den Flugkörper gilt nach dem 2. Newton'schen Axiom:

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{F}_G + \vec{F}_R$$

Somit führen alle drei Reibungsmodelle auf gewöhnliche Differentialgleichungen 2. Ordnung. Durch die Substitution $\dot{\vec{r}} = \vec{v}$ können diese auf Differentialgleichungen 1. Ordnung reduziert und mithilfe der Separation der Variablen gelöst werden. Integration liefert dann die Bahnkurve $\vec{r}(t)$, die mit den Anfangsbedingungen Abwurfgeschwindigkeit v_0 , Abwurfwinkel α und Abwurfpunkt \vec{r}_0 eindeutig bestimmt ist. Einsetzen der Flugzeit t_0 in $x(t)$ liefert dann die Wurfweite W . Man erhält:

$$W_o = v_0 \cos(\alpha) t_0, \quad W_S = \frac{m}{\beta} v_0 \cos(\alpha) (1 - e^{-\frac{\beta}{m} t_0}), \quad W_N = \frac{m}{k} \ln\left(\frac{k}{m} v_0 \cos(\alpha) t_0 + 1\right)$$

Vorgehensweise

Für unsere Experimente haben wir den Kunstrasenplatz der RUB gemietet. Dort schossen wir jedes Geschoss (Boccia-Kugel, Hockeyball, Tennisball) jeweils zweimal mit dem Tribok bei verschiedenen Gegengewichten ab. Anschließend haben wir mit einem Lasermessgerät die Wurfweite gemessen. Wir erzielten je nach Gegengewicht und Geschoss Wurfweiten zwischen 5 und 35 Metern. Den ganzen Abwurfvorgang und Flug haben wir dabei mit einer GoPro-Kamera in FullHD mit einer Bildfrequenz von 120 fps aufgenommen. Nach einer Linsenkorrektur wurden dann aus den Videos mithilfe des Programms „Tracker“ die Parameter Abwurfgeschwindigkeit und -winkel sowie Flugzeit ermittelt (s. Abbildung 2). Mit diesen Parametern und den in den Grundlagen hergeleiteten Formeln wurden dann die theoretisch erwarteten Wurfweiten berechnet.



Abbildung 2: Ausschnitt der „Tracker“-Videoanalyse des Flugs der Boccia-Kugel mit 40kg Gegengewicht. Um die Wurfparameter zu ermitteln musste in mühsamer Einzelarbeit in jedem Video auf jedem Bild möglichst genau das Geschoss angeklickt werden.

Ergebnisse

Der Vergleich der theoretischen Wurfweiten untereinander ergab, dass der Fall ohne Reibung und mit Stokes-Reibung bei den gegebenen Parametern im Rahmen unserer Messgenauigkeit ununterscheidbar sind (Abweichung $< 0,1\%$). Die Newton-Reibung hingegen lieferte deutlich andere Werte. Die relative Abweichung der theoretischen von den gemessenen Wurfweiten ist in den Diagrammen 1 bis 3 dargestellt. Die Newton-Werte weisen dabei ausnahmslos immer die geringste Abweichung zu den gemessenen auf. Somit ist offensichtlich die Newton-Reibung in unserer Situation das geeignetste Modell.

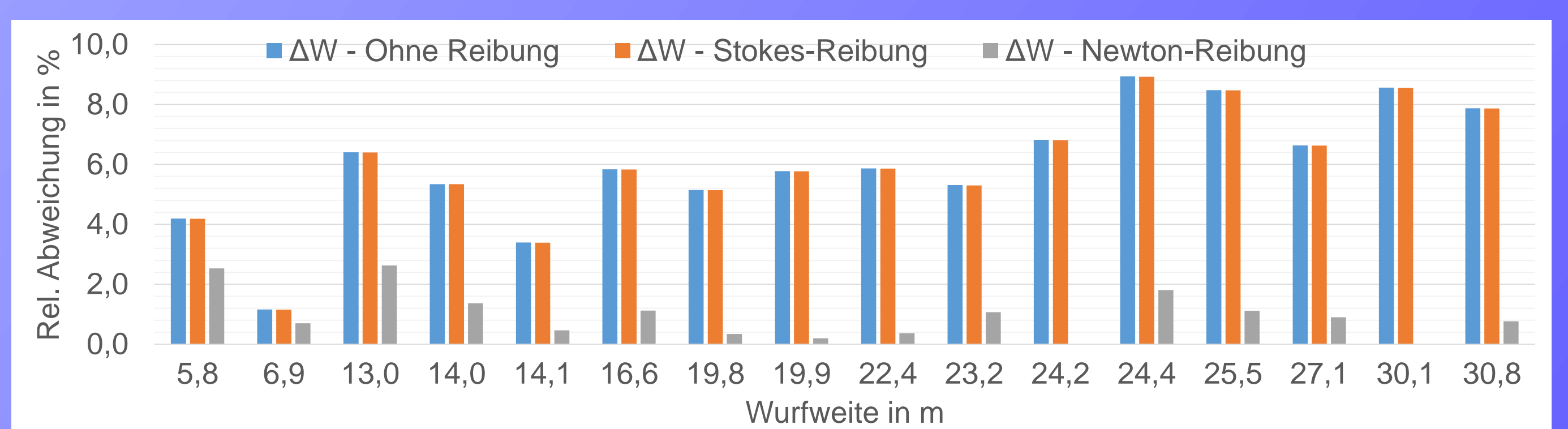


Diagramm 1. Relative Abweichung der theoretischen von der gemessenen Wurfweite für die Boccia-Kugel.

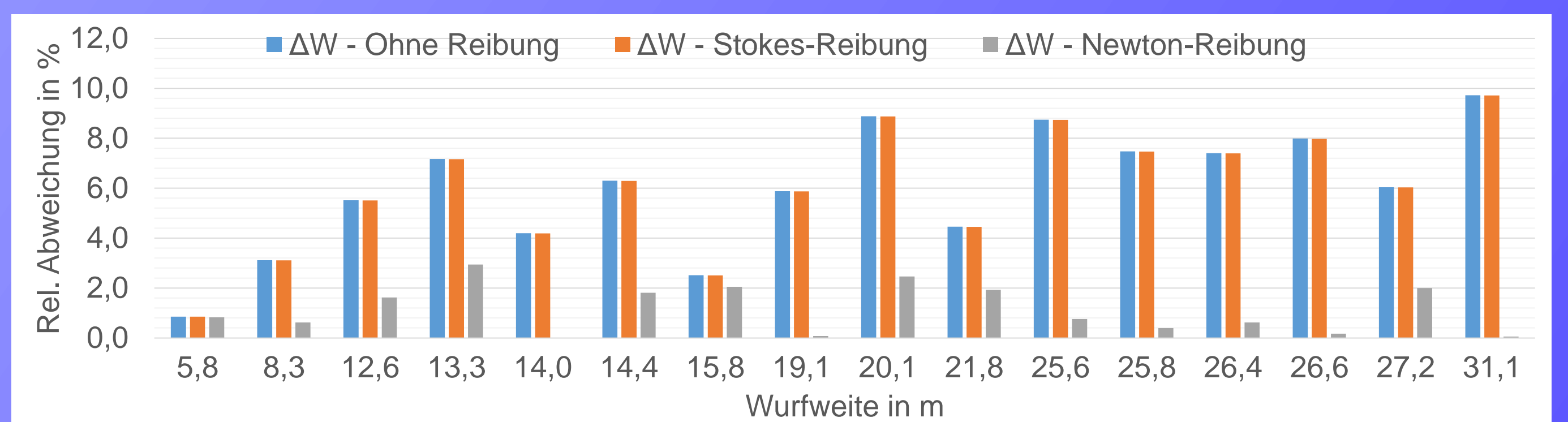


Diagramm 2. Relative Abweichung der theoretischen von der gemessenen Wurfweite für den Hockeyball.

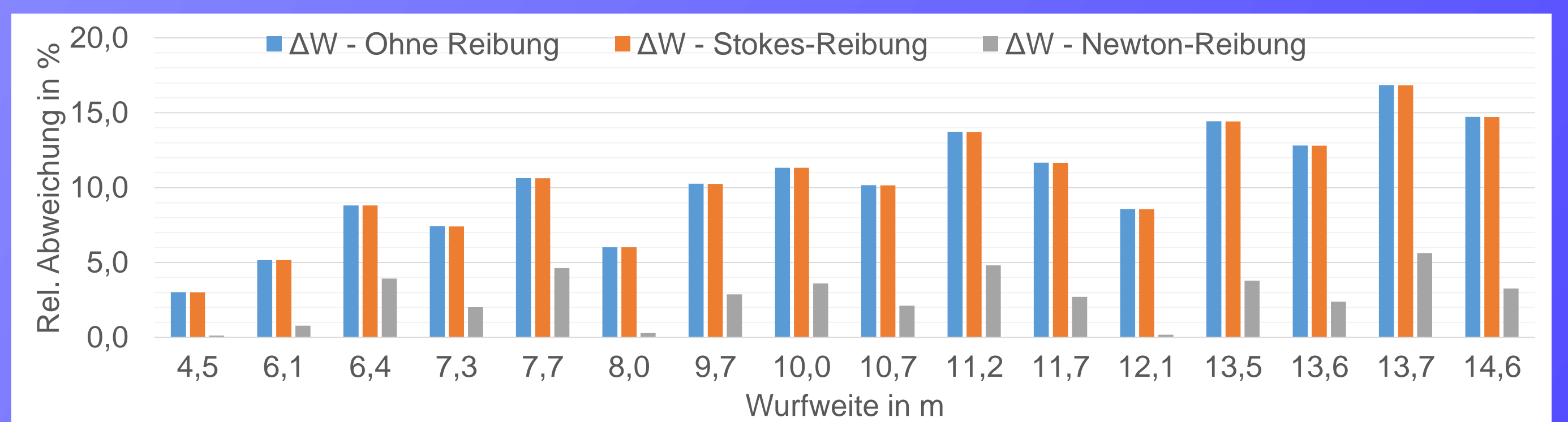


Diagramm 3. Relative Abweichung der theoretischen von der gemessenen Wurfweite für den Tennisball.

Fazit

Unsere Vorhersagen der Wurfweiten mithilfe der Stokes-Reibung bzw. ohne Reibung wichen vergleichsweise weit von unseren Messwerten ab. Dies war allerdings auch zu erwarten, da die Stokes-Reibung eher auf langsamere Körper in dichteren Fluiden zutrifft, die laminar umströmt werden. Die theoretischen Berechnungen auf Grundlage der Newton-Reibung hingegen stimmen überraschend gut mit den experimentellen Befunden überein. Die mittlere Abweichung der Newton-Werte von den gemessenen beträgt nur 1,6%! Die Newton-Reibung beschreibt schnelle Körper, die turbulent umströmt werden, was also offensichtlich bei uns der Fall war. Allerdings wichen auch die Newton-Werte in Einzelfällen von unseren Berechnungen ab. Hauptursache dafür war vermutlich Wind. Weiterhin mussten im Theorieteil zur Berechnung des Koeffizienten k alle Geschosse als Kugeln mit perfekt glatter Oberfläche genähert werden, was natürlich nicht der Realität entspricht. Weitere Fehlerquellen sind die Ungenauigkeiten in Zeit-, Winkel-, und Geschwindigkeitsmessung. Insgesamt konnte jedoch die Newton-Reibung mit unerwartet hoher Genauigkeit als bestes Reibungsmodell verifiziert werden.

Danksagung

Unser Spezieller Dank gilt Lukas Wildberger für seine tatkräftige Unterstützung bei den ersten Schussversuchen mit dem Tribok und die Anfertigung eines neuen Geschossbeutels.

Literatur

Meschede, D., Gerthsen Physik, 23. Auflage, Springer, 2006
Nolting, W, Grundkurs Theoretische Physik 2, 7. Auflage, Springer, 2006
Schlickeiser, R., Theoretische Physik I: Mechanik, 3. Auflage, 2009
Tipler, P., Mosca, G., Physik für Wissenschaftler und Ingenieure, 6. Auflage, Springer-Spektrum, 2008