

## Thema 13/14: Viskosität und Oberflächenspannung



Abbildung 13.1: Versuchsaufbau

### 1 Grundlagen der Viskosität

#### 1.1 Dynamische Viskosität einer Flüssigkeit

Die Viskosität (Zähigkeit) einer Flüssigkeit soll bei einer festen Temperatur und anschließend als Funktion der Temperatur quantitativ bestimmt werden. Die Viskosität einer Flüssigkeit (eines Gases) wird verursacht durch innere Reibung (d.h. Impulsübertrag) der Flüssigkeits- bzw. Gasteilchen untereinander.

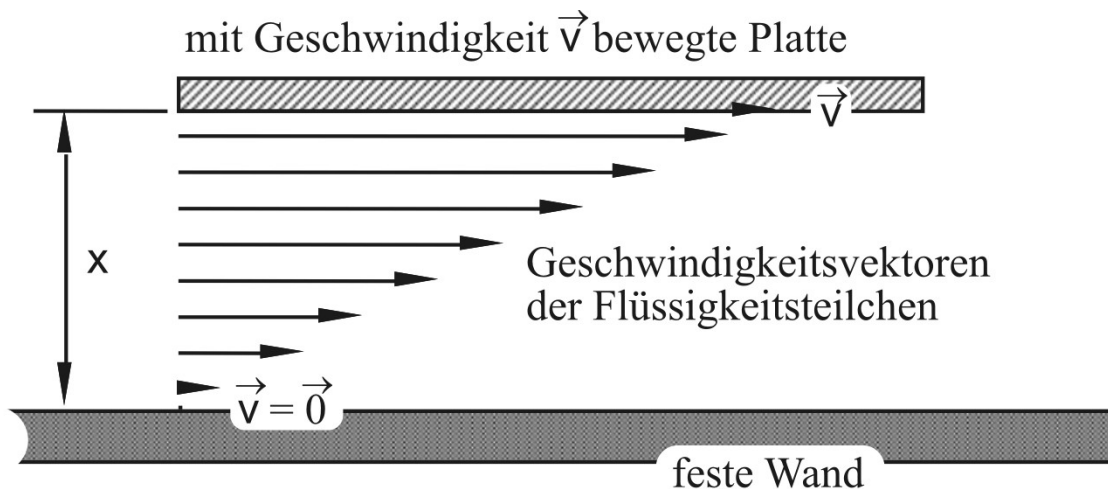


Abbildung 13.2: Geschwindigkeitsverteilung in einer viskosen Flüssigkeit.

In einer Flüssigkeit werde eine Platte der Fläche  $A$  parallel zu einer festen Wand im Abstand  $x$  mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}$  bewegt (s. Abb. 13.2). Wegen der Adhäsion der Flüssigkeitsteilchen an der bewegten Platte werden diese direkt an der Plattenoberfläche mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}$  mitgenommen.

Die Mitnahmegeschwindigkeit ist nicht überall gleich, sondern nimmt senkrecht zur Bewegungsrichtung, zur festen Wand hin ab. Eine dünne Randschicht an der festen Wand hat die Geschwindigkeit  $\vec{v} = \vec{0}$ . Denkt man sich die Flüssigkeit in dünne Schichten parallel zur Wand aufgeteilt, die sich mit unterschiedlicher Geschwindigkeit bewegen, so werden die intermolekularen Anziehungskräfte (siehe Kohäsion) und der Impulsübertrag durch quer zur Bewegungsrichtung diffundierende Teilchen (siehe Brownsche Bewegung) die Relativbewegung einander benachbarter Schichten hemmen, und zwar um so mehr, je größer das Geschwindigkeitsgefälle  $d\vec{v}/dx$  ist.

Die Schubkraft  $\vec{F}$ , die zur Aufrechterhaltung der Geschwindigkeit  $\vec{v}$  der Platte gegenüber diesen inneren Reibungskräften nötig ist, wird beschrieben durch das *Newtonsche Reibungsgesetz*

$$\vec{F} = \eta \cdot A \cdot \frac{d\vec{v}}{dx}. \quad (13.1)$$

Dabei ist  $\eta$  der für diese Flüssigkeit charakteristische Koeffizient der *inneren Reibung*. Er hat die Einheit

$$[\eta] = 1 \frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}^2} = 1 \text{Pa} \cdot \text{s} = 1 \text{ Pascal} \cdot \text{Sekunde}. \quad (13.2)$$

$\eta$  hängt stark von der Art, Temperatur und Verunreinigungsgehalt (!) der Flüssigkeit ab.

Die Messung der Viskosität nach dem eben beschriebenen Verfahren ist in der Praxis wegen der Gefahr großer systematischer Fehler recht umständlich. Ein technisch wesentlich eleganteres und zuverlässigeres Verfahren zur Bestimmung der Viskosität  $\eta$  nutzt das Gesetz von Hagen-Poiseuille, welches die laminare Flüssigkeitsströmung in einem Rohr beschreibt (mit Rohrradius  $r$  und Rohrlänge  $L$ ). Bei laminarer Strömung und der Druckdifferenz  $\Delta p = p_1 - p_2$  zwischen den Rohrenden gilt hier für den Volumenstrom  $i$  (also das pro Zeitintervall  $\Delta t$  durch den Rohrquerschnitt  $\pi r^2$  fließende Flüssigkeitsvolumen  $\Delta V$ ) das Hagen-Poiseuille-Gesetz:

$$i = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\pi r^4 \cdot \Delta p}{8\eta \cdot L} \quad (13.3)$$

Analog zum Ohmschen Gesetz der Elektrizitätslehre kann hier der Strömungswiderstand<sup>1</sup> eines zylindrischen Rohres

$$R = \frac{8\eta \cdot L}{\pi r^4} \quad (13.4)$$

für die laminare Strömung einer Flüssigkeit mit der Viskosität  $\eta$  definiert werden.

## 1.2 Temperaturabhängigkeit der Viskosität

Die Viskosität  $\eta$  einer Flüssigkeit oder eines Gases ist eine Folge der inneren Reibung. Sie wird wesentlich von zwei Effekten bestimmt, nämlich den

- intermolekularen Adhäsionskräften und dem
- Impulstransport durch Diffusion quer zur Strömungsrichtung.

Bei Gasen überwiegt der Diffusionsanteil, da die Teilchen leicht beweglich sind und sich schnell in alle Richtungen bewegen. Das ergibt einen großen Impulstransport quer zur Strömungsrichtung. Da ihre thermische Teilchengeschwindigkeit  $v_{th}$  gemäss  $\frac{m}{2} \cdot v_{th}^2 = \frac{3}{2} \cdot kT$  mit der absoluten (!) Temperatur  $T$  gekoppelt (siehe kinetische Gastheorie) ist, wächst die Viskosität  $\eta$  eines Gases mit steigender Temperatur:

$$\eta_{Gas} \propto \sqrt{T}. \quad (13.5)$$

<sup>1</sup>Gilt recht gut z.B. auch für den Strömungswiderstand von Blutgefäßen!

Bei Flüssigkeiten tritt der von der Teilchendiffusion herrührende Beitrag zur Viskosität gegenüber dem von molekularen Adhäsionskräften bewirkten Anteil zurück.

$\eta$  wird daher durch das Häufigkeitsverhältnis der durch molekulare Adhäsionskräfte gebundenen Teilchen zu frei beweglichen Teilchen in der Flüssigkeit bestimmt. Frei beweglich sind nur die Flüssigkeitsteilchen, deren momentane thermische Bewegungsenergie die intermolekulare Bindungsenergie übersteigt.

Die chemische Bindungsenergie hat einen festen Wert und das der Boltzmann-Verteilung entsprechende Häufigkeitsverhältnis ist eine Exponentialfunktion der Temperatur. So gilt in guter Näherung

$$\eta_{\text{Flüssigkeit}} = a \cdot e^{-bT}, \quad (13.6)$$

mit für die betreffende Flüssigkeit charakteristischen empirischen Konstanten  $a$  und  $b$ .

Dies gilt für „einfache“ Flüssigkeiten, in denen keine die Situation komplizierenden zusätzlichen Prozesse wie z.B. Polymerisation, Ausfällung von gelösten Beimengungen etc. (Mehrbereichsmotoröle, Gele) auftreten. Wasser ( $H_2O$ ) ist keine einfache Flüssigkeit, sondern ein Gemisch von unterschiedlich großen quasikristallinen Molekülaggregaten  $(H_2O)_n$ , deren mittlere Größe (=  $H_2O$ -Molekülanzahl  $n$ ) stark temperaturabhängig ist.

## 2 Grundlagen der Oberflächenspannung

Die Moleküle einer Flüssigkeit ziehen sich gegenseitig an, wobei die Anziehungskräfte mit zunehmendem Abstand sehr schnell klein werden. Im Innern der Flüssigkeit addieren sich wegen der kugelsymmetrischen Geometrie diese Kräfte zu Null.

In einer nur wenige Moleküldurchmesser starken Oberflächenschicht verschwindet jedoch die Resultierende dieser Anziehungskräfte nicht, weil auf der Außenseite weniger anziehende Flüssigkeitsmoleküle vorhanden sind. Diese räumliche Asymmetrie ergibt eine ins Innere der Flüssigkeit gerichtete Kraft. Anders ausgedrückt: Die Oberflächenschicht erzeugt einen Druck auf die Flüssigkeit (Kohäsionsdruck), der den Flüssigkeitstropfen zusammenhält; entfernt ähnlich einer gespannten Gummimembran<sup>2</sup>.

Um ein Molekül aus dem Innern an die Oberfläche zu bringen, muss Arbeit gegen diesen Kohäsionsdruck geleistet werden, die in potentielle Energie der Oberflächenmoleküle umgewandelt wird. Die Oberflächenmoleküle einer Flüssigkeit haben daher erhöhte potentielle Energie relativ zu Molekülen im Innern der Flüssigkeit. Eine Vergrößerung der Flüssigkeitsoberfläche  $A$  um  $\Delta A$  erfordert eine Energiezufuhr (geleistete Arbeit)  $\Delta W$  von außen. Das Verhältnis

$$\zeta = \frac{\Delta W}{\Delta A}, \quad (\zeta = \text{griech : zeta}) \quad (13.7)$$

beschreibt demnach die spezifische Oberflächenenergie einer Flüssigkeit.

Ihre Einheit ist

$$[\zeta] = 1 \frac{\text{Nm}}{\text{m}^2} = 1 \frac{\text{N}}{\text{m}}. \quad (13.8)$$

*Die spezifische Oberflächenenergie ist formal eine Energie pro Flächeneinheit bzw. eine Kraft pro Längeneinheit.*

Als Kraft pro Längeneinheit tritt sie in Erscheinung, wenn die Flüssigkeitsoberfläche einen Rand hat, wie z.B. in einem Gefäß. Die Oberfläche endet dann in einer Berandungslinie der Länge  $L$  an der Gefäßwand. In dieser Berandungslinie wirken dann die Oberflächenkräfte tangential, d.h. parallel zur Oberfläche, und versuchen, diese zu verkleinern.

Eine zu (13.7) äquivalente Definition ist somit

$$\zeta = \frac{\text{Oberflächenkraft}}{\text{Randlänge}} = \frac{F_{\text{Oberfläche}}}{L}. \quad (13.9)$$

<sup>2</sup>Jedoch stark abweichendem dynamischen Verhalten bei Ausdehnung oder Schrumpfung!

$\zeta$  heißt daher auch Oberflächenspannung. Als Kraft pro Länge ist die Oberflächenspannung keine übliche mechanische Spannung (deren Einheit ist Kraft pro Fläche!).

Dies bedeutet, dass im Unterschied zu einer elastischen Membran (z.B. Gummiballon) die Oberflächenkraft nicht von der Größe der Oberfläche abhängt.

Die Oberflächenspannung hängt empfindlich davon ab, an welchen Stoff die Flüssigkeit angrenzt bzw. welche Substanzen der Flüssigkeit beigemischt sind.

### 3 Aufgabenstellung, Versuchsdurchführung

#### 3.1 Messung der Viskosität einer Flüssigkeit bei $T = \text{const.}$

Zur Messung wird ein Viskosimeter nach Ostwald benutzt (s. Abb. 13.3).

Der Betreuer füllt das Viskosimeter mit der Messflüssigkeit und gibt die zur Auswertung nötigen Zahlenwerte der Flüssigkeitsdichte  $\rho$ , der Höhendifferenz  $\Delta h$  der Flüssigkeitsspiegel  $h_1$  und  $h_2$  im Viskosimeter, die Kapillarenlänge  $L$  und den Kapillarenradius  $r$  an.

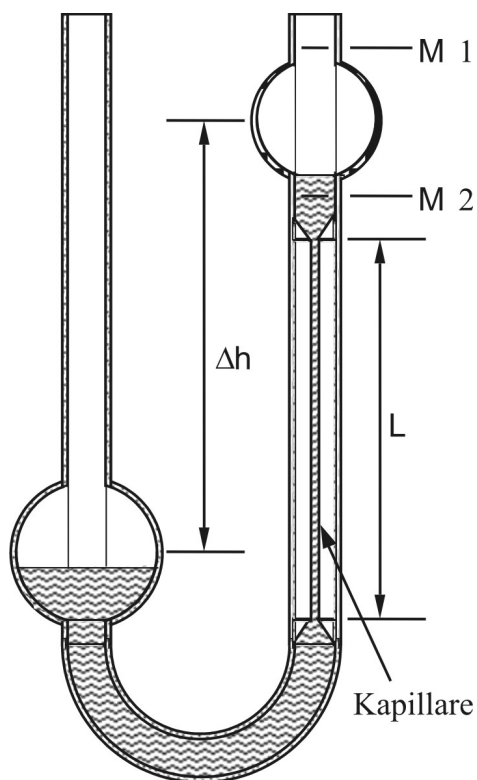


Abbildung 13.3: Viskosimeter nach Ostwald.

Es enthält eine Messkapillare mit bekanntem Innendurchmesser  $2r$  und Länge  $L$ , in der eine Druckdifferenz  $\Delta p = p_1 - p_2$  eine laminare Strömung erzeugt.

$\Delta p$  wird durch zwei kugelförmige Vorratsbehälter oberhalb (Höhe  $h_1$ ) bzw. unterhalb der Kapillaren (Höhe  $h_2$ ) in guter Näherung konstant gehalten.

Zur Erzielung einer konstanten Temperatur befindet sich das Viskosimeter in einem elektrisch beheizbaren Wasserbad.

Die benutzten Viskosimeter haben zur Zeit folgende Daten:

Höhendifferenz	$h_1 - h_2 = \Delta h = 0,115\text{m}$
Kapillarenradius	$r = 0,25 \cdot 10^{-3}\text{m}$
Kapillarenlänge	$L = 0,1\text{m}$
Viskosimetervolumen	$\Delta V = 0,5 \cdot 10^{-6}\text{m}^3$

Mit der Erdbeschleunigung  $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  und der Flüssigkeitsdichte  $\rho_{(H_2O)} = 998,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  ergibt sich

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \rho \cdot g \cdot h_1 + p_{Luft} - \rho \cdot g \cdot h_2 - p_{Luft} = \rho \cdot g \cdot (h_1 - h_2) = \rho \cdot g \cdot \Delta h \quad (13.10)$$

womit sich nach dem Hagen-Poiseuilleschen Gesetz (13.3) die Viskosität  $\eta$  bestimmen lässt.

Nach Bestimmung der Temperatur des Wasserbades wird mit einem Druckballon der Flüssigkeitsspiegel im Viskosimeter über die Marke M1 angehoben, siehe Abb. 13.3. Der Flüssigkeitsspiegel beginnt zu sinken. Die Zeit  $t$ , die der Flüssigkeitsspiegel benötigt, um von der Marke M1 bis zur Marke M2 zu

sinken, wird mit der Stoppuhr viermal bestimmt und gemittelt.

Achten Sie darauf, dass sich während dieser Messung die Temperatur der Messanordnung nicht verändert (dies könnte z.B. durch Zugluft geschehen)!

### 3.2 Messung der Viskosität als Funktion der Temperatur

Die in Abschn. 2.1 beschriebene Messung wird mit auf ca. 35° C und auf ca. 40° C erwärmter Flüssigkeit wiederholt.

Zur Vorwärmung der Anordnung auf die gewünschte Temperatur wird das Wasserbad mit der Heizplatte aufgeheizt. Diese Heizplatte ist mit einer magnetischen Rührvorrichtung ausgestattet, die zur Homogenisierung der Wasserbadtemperatur vorsichtig einreguliert wird. Nach Erreichen der gewünschten Temperatur wird die Heizung abgeregelt, aber der Magnetrührer des Wasserbades weiterbetrieben. Die Heizplatte ist mit einer magnetischen Rührvorrichtung ausgestattet. Nach etwa 1 Minute Wartezeit wird dann, wie in Abschn. 2.1 beschrieben, die Messung durchgeführt.

Die Messergebnisse für  $\eta$  aus 2.1 und 2.2 werden graphisch in halblogarithmischem Maßstab über der Temperatur aufgetragen.

- Vergleichen Sie die Messresultate mit der theoretisch erwarteten Abhängigkeit!
- Von welchen in die Auswertung eingehenden Messgrößen hängt das Resultat besonders stark ab?
- Versuchen Sie, die Messgenauigkeit abzuschätzen.

### 3.3 Messung der Oberflächenspannung mit Hilfe einer Kapillaren

Wird eine Kapillare in eine die Wandung benetzende Flüssigkeit eingetaucht, so steigt die Flüssigkeit in der Kapillare auf die Höhe  $h$  über den Flüssigkeitsspiegel an, während bei einer nicht benetzenden Flüssigkeit der Pegel in der Kapillare entsprechend abgesenkt ist. Diese Erscheinung wird durch die Oberflächenspannung verursacht und als Kapillarität bezeichnet.

In der Kapillare hat die Flüssigkeitsoberfläche näherungsweise die Form einer Kugelschale mit dem Radius  $r^*$ .

Zwischen dem Kapillarenradius  $r$ , dem Benetzungswinkel<sup>3</sup>  $\varphi$  zwischen Wand und Flüssigkeitsoberfläche und  $r^*$  gilt die Beziehung  $r^* = \frac{r}{\cos \varphi}$ . Die Oberflächenspannung in der Flüssigkeitsoberfläche in der Kapillare bewirkt dann einen Kohäsionsdruck (= Kraft pro Fläche)

$$p_k = \frac{2 \cdot \zeta}{r^*} = \frac{2 \cdot \zeta \cdot \cos \varphi}{r}, \quad (13.11)$$

der als Zugspannung in der Flüssigkeitssäule wirkt. Dieser Kohäsionsdruck und der hydrostatische Druck der Flüssigkeitssäule in der Kapillare halten sich das Gleichgewicht, so dass sich für einen gegebenen Benetzungswinkel  $\varphi$  die kapillare Steighöhe

$$h = \frac{2 \cdot \zeta \cdot \cos \varphi}{r \cdot \rho \cdot g} \quad (13.12)$$

ergibt, mit der Flüssigkeitsdichte  $\rho$  und der Erdbeschleunigung  $g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$ . Für vollkommene Benetzung ( $\varphi \rightarrow 0$ ) gilt somit für die kapillare Steighöhe

$$h_{(\varphi \rightarrow 0)} = \frac{2 \cdot \zeta}{r \cdot \rho \cdot g} \quad (13.13)$$

---

<sup>3</sup> $\varphi$  = (griech:) phi

Die kapillare Steighöhe  $h$  ist proportional zur Oberflächenspannung und umgekehrt proportional zu Radius  $r$  der Kapillare und Dichte  $\rho$  der Flüssigkeit.

Je nachdem, ob die Flüssigkeit die Wand benetzt oder nicht, hat die Steighöhe  $h$  positives oder negatives Vorzeichen. Für die Oberflächenspannung ergibt sich daraus

$$\zeta = \frac{h \cdot \rho \cdot r \cdot g}{2 \cdot \cos \varphi} \quad (13.14)$$

bzw. im Grenzfall vollkommener Benetzung

$$\zeta_{(\varphi \rightarrow 0)} = \frac{h \cdot \rho \cdot r \cdot g}{2} \quad (13.15)$$

### 3.4 Messung an Wasser/Spülmittel-Mischungen

Zur Untersuchung des Einflusses von Detergentien auf die Oberflächenspannung von Wasser wird die Messkapillare in die zu untersuchende Flüssigkeit eingetaucht und die Steighöhe  $h$  gemessen. Die Steighöhe ist die Differenz zwischen den „Höhen“ der horizontalen Wasseroberfläche und der Mitte des Meniskus der Säule in der Kapillaren.

Der Kapillarenradius  $r$  wird angegeben. Durch Variation der Eintauchtiefe der Kapillare muss überprüft werden, ob eventuell Verunreinigungen das Messergebnis verfälschen. Die gemessene Steighöhe muss unabhängig von der Eintauchtiefe sein!

Die Messung ist für folgende Mischungen durchzuführen :

- a) 200ml  $H_2O$  dest.,
- b) 200ml  $H_2O$  dest. + 1 Tropfen Spülmittel, (ca. 0,05...0,1ml)
- c) 200ml  $H_2O$  dest. + 1ml Spülmittel,
- d) 200ml  $H_2O$  dest. + 5ml Spülmittel.

Aus den gemessenen Steighöhen werden die Oberflächenspannungen berechnet und in ein Diagramm über dem Mischungsverhältnis aufgetragen.

- Was können Sie aus dem Ergebnis folgern?

## 4 Praxisbezug

**Viskosität:** Hagen-Poiseuille-Gesetz, Strömung in Leitungssystemen, wie Blutkreislauf, Lymphsystem, aktive Regulierung der Durchblutung und des Blutdrucks durch Veränderung des Arterien-durchmessers, Schmierung von Gelenken.

In der Technik: Flüssigkeitstransport durch lange Rohrleitungen, Schmierung von Achslagern, Aquaplaning, Glatteis ...

**Oberflächenspannung:** Pflanzenwuchs und Stoffwechsel, osmotische Prozesse, Funktionsprinzip von Waschmitteln, wasserabweisende Substanzen bzw. Oberflächen (z.B. Autowachs, Gefieder von Wasservögeln), Dochte, Lebensmittelchemie (Emulgatoren), Galenik, biochemische Diagnostik (Chromatographie)...

## 5 Stichworte zur Vorbereitung

**Viskosität:** Innere Reibung von Flüssigkeiten und Gasen, Kohäsion, Adhäsion, Hagen-Poiseuille-Gesetz, laminare und turbulente Strömungen, hydrostatischer Druck in Flüssigkeiten und Gasen, dynamischer Druck (Bernoulli-Gleichung), Arbeit, Energie, Druck, Reibungskraft.

**Oberflächenspannung:** Arbeit, potentielle Energie, Dichte, Oberflächenspannung (spezifische Oberflächenenergie), Kapillarität, hydrostatischer Druck, Adhäsion, Kohäsion.